



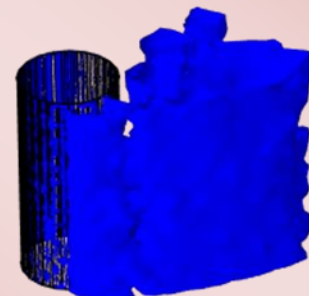
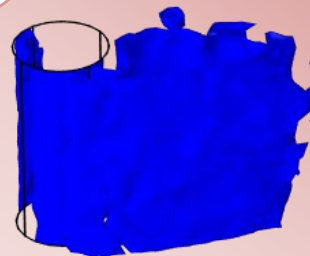
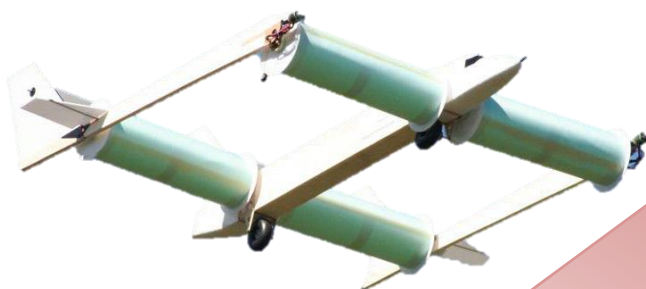
รายงานการวิจัย

การศึกษาเชิงคำนวณของของไหลผ่านวัตถุพื้นฐานทรงกระบอก
ที่หมุนที่ค่าเรย์โนลด์ที่สูง

*The Computational Study in the Flow Past a Rotating Isolated Cylinder
at High Reynolds Number*

ดร. ลีทธิชัย รัชชโยธิน

หัวหน้าโครงการวิจัย



การวิจัยครั้งนี้ได้รับการสนับสนุนจากกองทุนส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัย และนวัตกรรม (กสว)
งบประมาณด้านวิจัย วิทยาศาสตร์ และนวัตกรรม แพลตฟอร์มการพัฒนากำลังคนและสถาบันความรู้

รหัสโครงการ 52304

ประจำปีงบประมาณ พ.ศ. 2564

ชื่อเรื่อง การศึกษาเชิงคำนวณของของไหลผ่านวัตถุพื้นฐานทรงกระบอกที่หมุนที่ค่าเรย์โนลด์
ที่สูง

ชื่อผู้วิจัย ดร. สิทธิชัย รัชชโยธิน

ปีที่แล้วเสร็จ 2565

บทคัดย่อ

การศึกษาเชิงคำนวณนี้นำเสนอพฤติกรรมการไหลภายนอกแบบปั่นป่วนที่ไหลผ่านวัตถุพื้นฐานรูปทรงกระบอกที่หมุนแบบ 3 มิติ ของสมภาวะเรย์โนลด์ที่ 100,000 ถึงการหมุนไร้หน่วยที่ 2 วัตถุตัวกลางนี้มีลักษณะผนังเรียบและเจาะร่อง อีกทั้งทรงกระบอกประกอบดิสก์ที่ปลายทั้งสอง โดยใช้แบบจำลองการไหลปั่นป่วนชนิด high Re $k-\epsilon$ ซึ่งความเค้นเรย์โนลด์มีความสัมพันธ์กับความเครียดเฉื่อยของเลเยอร์การไหลเป็นแบบเส้นตรง รวมถึงสมการมาตรฐานของความเร็วเลเยอร์ที่ผนังเป็นไปตามกฎลอการิทึม ระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ได้กำหนดเพื่อทำการดิสครีไทซ์ตัวแปรการไหลในสนามการคำนวณและรูปร่างโครงสร้างการคำนวณมีการเปลี่ยนรูปที่ผนังเจาะร่องตามช่วงเวลาและปรับความสมดุลการไหลต่อเนื่องในโครงสร้างการคำนวณใกล้เคียงทรงกระบอก ผลการคำนวณได้ทำการสอบเทียบให้เกิดความสอดคล้องกับผลการทดลองก่อนหน้านี้ ซึ่งลักษณะรูปทรงกระบอกที่แตกต่างกันนี้มีผลต่อการเปลี่ยนแปลงแนวโน้มของแรงของไหลพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจากการกระจายตัวของเลเยอร์ของไหลรอบผนังมีรูปแบบที่แตกต่างกัน

คำสำคัญ ไฟไนต์อีลิเมนต์ของไหลพลศาสตร์ ทรงกระบอกเจาะร่องและปลายดิสก์ที่หมุน
แบบจำลองการไหลปั่นป่วน

Title: The Computational Study in the FlowPast a Rotating Isolated Cylinder
at High Reynolds Number

Researcher : Dr. Sitthichai Ruchayosyothin

Year : 2022

Abstract

The computational study has presented the 3D convective turbulent flow past a rotating isolated cylinder at a Reynolds number of 100,000, for spin ratios growing up to 2. The cylinder has been plain and grooved surfaces, moreover, the combination with end discs has been purposed in the investigation. The high Re k - ϵ turbulent approach, including the linear approximated form of the viscosity equation, in which the Reynolds stresses correspond to mean strain tensors. Also, the standard “log-law” near-wall function has been suggested for the strategies of resource effectiveness. The Finite element method has been provided to discretize unknown fluxes along with the computational domain. The deformation mesh has facilitated the interactive flow with the arc grooves and balanced the continuity flow in each computational element closing to the rotating walls. These predictions have been validated with available experimental work to strengthen the competence of the turbulent approach. The findings have clearly indicated that the cylinder surfaces and combination parts have significantly influenced the aerodynamic force and turbulent behavior with the spin ratios due to the distribution pattern of the boundary layer, which has been the most considerable discrepancy in each of these tests.

Keywords: Finite Element Method of Fluid Dynamic, Rotating Grooved and Cylinder with End Discs, Turbulent Model

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณการสนับสนุนเงินอุดหนุนการวิจัยจากกองทุนส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัย และนวัตกรรม (กสว) งบประมาณด้านวิจัย วิทยาศาสตร์ และนวัตกรรม แพลตฟอร์มการพัฒนากำลังคนและสถาบันความรู้ ประจำปีงบประมาณ 2564 รหัสโครงการเลขที่ 52304 นอกจากนี้การได้รับคำแนะนำที่เป็นประโยชน์และมีคุณค่าด้านเทคโนโลยีประมวผลจาก คุณ กิตติพงศ์ สิงห์แก้ว บริษัท ทูเวฟ (ประเทศไทย) จำกัด อีกทั้งการช่วยเหลือการแก้ไขปัญหาการใช้งานโปรแกรม COMSOL Multiphysics® ของบุคลากรของบริษัท COMSOL inc. ในการดำเนินการงานวิจัยนี้ซึ่งถือได้ว่าเป็นประโยชน์ในการพิจารณาการไหลผ่านวัตถุรูปทรงกระบอกพื้นฐานที่มีความโค้งของผิวที่ยากต่อการรู้เข้าของคำตอบในสนามการไหลที่พิจารณา ซึ่งเทคนิคและความช่วยเหลือจากผู้เชี่ยวชาญนี้สามารถแก้ปัญหาต่างๆที่เกิดขึ้นสำเร็จด้วยดี สุดท้ายขอขอบคุณสาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช ที่เกี่ยวข้องกับการอำนวยความสะดวกการใช้ครุภัณฑ์พื้นฐาน ทำให้งานวิจัยนี้บรรลุวัตถุประสงค์และได้หลักฐานทางวิทยาศาสตร์ที่เป็นประโยชน์ต่องานด้านวิศวกรรมหรือชิ้นส่วนทางอากาศยานรูปแบบอื่นที่เกี่ยวข้องต่อไป

สารบัญ

บทคัดย่อ	II
ABSTRACT	III
กิตติกรรมประกาศ	IV
สารบัญ	V
สารบัญตาราง	IX
สารบัญรูปภาพ	X
นามานุกรม	XII
บทที่ 1	
บทนำ	14
1.1 วัตถุประสงค์การวิจัย	19
1.2 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ	20
1.3 แผนการดำเนินงานโครงการวิจัย	20
บทที่ 2	
ทบทวนวรรณกรรม	22
2.1 ปรากฏการณ์แมกนีส	23
2.2 ลักษณะขอบเขตเลเยอร์บนพื้นผิวโค้ง	26
2.3 งานวิจัยด้านของไหลผ่านทรงกระบอกผิวราบเรียบ	28

2.4 งานวิจัยด้านของไหลผ่านทรงกระบอกผิวเขาหรือช่องหรือซอ	33
2.4.1 การไหลผ่านผนังที่มีความหยาบ	33
2.4.2 การไหลผ่านผนังที่มีการเขาหรือช่องเล็กตลอดแกนหลัก	35
2.5 งานวิจัยด้านของไหลผ่านรูปทรงประกอบระหว่างทรงกระบอกกับรูปทรงอื่น	37
2.6 งานวิจัยด้านของไหลผ่านรูปทรงกระบอกหน้าตัดอื่น	41
บทที่ 3	
ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข	44
3.1 โปรแกรมสำหรับวิเคราะห์ปัญหาของไหลพลศาสตร์ (COMPUTATIONAL FLUID DYNAMIC PROGRAM)	44
3.2 พื้นที่และรูปทรงการคำนวณ (COMPUTATIONAL DOMAIN AND GEOMETRY)	45
3.3 รูปแบบการหาอนุพันธ์โดยผลต่างของโครงสร้างย่อยคำนวณ (DISCRETIZATION SCHEME)	50
3.4 รูปแบบการพาของไหล (CONVECTION SCHEME)	53
3.4.1 การขนถ่ายพลังงานการไหล (Transportiveness)	53
3.4.2 การดิสครีไทซ์โครงสร้างย่อยการคำนวณด้วยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง	54
3.5. วิธีทำซ้ำทางอ้อม (INDIRECT ITERATIVE METHOD)	56
3.6 การพิจารณาปริมาณขึ้นอยู่กับเวลา (TIME DISCRETIZATION)	56
3.7 ความสัมพันธ์ควบคู่ระหว่างความดันและความเร็ว (PRESSURE VELOCITY COUPLING)	58
3.8 ตัวประกอบค่าผ่อนปรน (UNDER RELAXATION FACTOR)	65
3.9 เกณฑ์การลู่เข้าของคำตอบ (CONVERGENCE CRITERIA)	66

3.10 สมบัติการไหล (FLOW PROPERTIES)	67
3.11 เงื่อนไขขอบการวิเคราะห์ (BOUNDARY CONDITIONS)	68
3.11.1 ของไหลไหลเข้าพื้นที่การวิเคราะห์ (Fluid inlet)	69
3.11.2 ของไหลไหลออกพื้นที่การวิเคราะห์ Fluid outlet	70
3.11.3 ผนัง (Wall)	72
3.11.4 คาบคู่เสมือน (Periodic / cyclic boundary conditions)	74
3.12 บทสรุป (CONCLUDING REMARKS)	75
บทที่ 4	
แบบจำลองการไหลปั่นป่วนและทั่วไป	77
4.1 สมการ the basic eddy viscosity model	79
4.2 แบบจำลอง k- ϵ turbulence model	80
4.3 สมการการไหลที่ผนัง (Near-Wall Region)	81
4.3.1 สมการมาตรฐานการไหลใกล้ผนัง (Standard (log-law-based) Wall Function)	83
4.3.2 สมการมาตรฐานการไหลใกล้ผนังที่ปรับปรุง (Updated Standard Wall Function)	83
บทที่ 5	
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	86
5.1 แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกระบอกแต่ละแบบ	86
5.1.1 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกผนังเรียบ	87
5.1.2 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกผนังเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลาย	88
5.1.3 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกเจาะร่อง ที่ความลึกร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$	89
5.2 ความถี่ไรนัวของการแผ่ขยายแนวเส้นทางกระแสลมด้านหลังทรงกระบอก	94

5.3 องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์	95
5.4 องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์	95
5.5 แผนภาพสนามการไหล	101
5.6 สรุป	103
บทที่ 6	
บทสรุป	105
6.1 พฤติกรรมการไหลปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกและเสมือนทรงกระบอก	106
6.2 ข้อมูลเชิงการคำนวณของไหลพลศาสตร์	107
6.3 การพัฒนาต่อยอดงาน	108
บรรณานุกรม	109

สารบัญตาราง

ตารางที่ 1.1 การศึกษาของไหลพลศาสตร์ไหลผ่านวัตถุทรงกระบอก 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูง ด้วยวิธีการคำนวณอากาศพลศาสตร์	17
ตารางที่ 3.1 จำนวนโหนดในแต่ละองค์ประกอบตลอดพื้นที่คำนวณ ในการวิเคราะห์ของไหลผ่านทรงกระบอก โดยแบบจำลอง high Re k - ϵ - Linear eddy viscosity model	49
ตารางที่ 3.2 ตัวประกอบค่าผ่อนปรนที่ใช้ในการศึกษาเชิงคำนวณของไหลผ่านทรงกระบอกในสภาวะหยุดนิ่ง	66
ตารางที่ 3.3 เงื่อนไขขอบของแต่ละฟังก์ชันการไหลของโมเมนตัมและพลังงานการไหลปั่นป่วน	69
ตารางที่ 4.1 สัมประสิทธิ์ค่าคงที่สำหรับแบบจำลองประเภท High-Re turbulence model	81

สารบัญรูปภาพ

ภาพที่ 1.1	การประยุกต์ใช้บอลุนกังหันอีเลียม (Magenn Power Air Rotor System) (EcoFriend, no date)	15
ภาพที่ 1.2	การประยุกต์ใช้ปรากฏการณ์แมกนัสสำหรับ (ก) เรือเดินสมุทรติดตั้ง Flettner rotor (ข) กระแสธารผ่าน Flettner rotor และ (ค) ทิศทางของแรงลมที่เกี่ยวข้อง (ENERCON, 2013)	16
ภาพที่ 2.1	การติดตั้งการทดลองของ Gustuv Magnus มุมมอง (ก) ด้านข้าง และ (ข) ด้านบน (Seifert, 2012)	24
ภาพที่ 2.2	ขอบเขตเลเยอร์รอบผิวโค้งทรงกระบอกขณะ (ก) หยุดนิ่ง และ (ข) หมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 2.0 (Swanson, 1961)	28
ภาพที่ 2.3	ผลการทำนายสัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก (ข) แรงต้าน และ (ค) โมเมนต์ ที่แต่ละสภาวะเรย์โนลด์ ด้วย High Reynolds k- ϵ model (Karabelas <i>et al.</i> , 2012)	29
ภาพที่ 2.4	อัตราการการผลิตพลังงานการไหลปั่นป่วนใกล้เคียงแปรเปลี่ยนตามระยะห่างตั้งฉากจากผนัง สภาวะทรงกระบอก (ก) หยุดนิ่ง และ (ข) ที่อัตราหมุนไร้หน่วยที่ 2	31
ภาพที่ 2.5	ผลการวิเคราะห์ด้วย LES ที่สภาวะเรย์โนลด์ 140,000 (ซ้าย) ค่าเฉลี่ยตามเวลาของเส้นสายธารการไหล และ (ขวา) ขนาดสัมประสิทธิ์แรงยกแต่ละชั่วขณะ	32
ภาพที่ 2.6	ผลของผิวหยาบขรุขระเนื่องจากการเคลือบผิวด้วยเม็ดทราย (Thom, 1925)	34
ภาพที่ 2.7	ลักษณะหน้าตัดทรงกระบอกเซาะร่องด้วยตุลตลอดแนวลึก (Takayama and Aoki, 2005)	35
ภาพที่ 2.8	ผลของลักษณะความลึกของร่องด้วย (ก) สัมประสิทธิ์แรงยก และ (ข) สัมประสิทธิ์แรงต้านที่แต่ละอัตราหมุนไร้หน่วยและสภาวะเรย์โนลด์ (Takayama and Aoki, 2005)	37
ภาพที่ 3.1	ระบบพิกัดทรงกระบอกในระบบ 3 มิติ	46
ภาพที่ 3.2	โครงสร้างที่อากาศไหลผ่านทรงกระบอกแบบ (ก) ผนังเรียบ (ข) ติดตั้งดิกส์ $D_c/D = 1.375$ และ (ค) เซาะร่องขนาด $k/D = 25.7 \times 10^{-3}$	47
ภาพที่ 3.3	พื้นที่ขอบเขตการคำนวณของไหล (ก) โครงสร้างแน่นอนแบบ orthogonal mesh (ข) การปรับความละเอียดโครงสร้างใกล้เคียงผนัง และ (ค) ขอบเขตการวิเคราะห์ที่ทั่วทั้งโดเมน	50
ภาพที่ 3.4	การประมาณค่าของโครงสร้างย่อยการคำนวณจากการประมาณการจากโหนดล้อมรอบแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ ใน 1 มิติ	52
ภาพที่ 3.5	ขนาดของการขนถ่ายพลังงานการไหลระหว่างปริมาตรคำนวณที่ติดกัน (ก) มีเฉพาะการฟุ้งกระจายตัวโดยไร้การพา ($Pe \rightarrow 0$) และ (ข) มีการพาและฟุ้งกระจายตัวเกิดขึ้น	53
ภาพที่ 3.6	โครงสร้างย่อยการคำนวณแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ ใน 3 มิติ	54
ภาพที่ 3.7	การกำหนดตำแหน่งความสัมพันธ์ควบคู่ระหว่างความดันและความเร็วในลักษณะ the collocated grid arrangement	59
ภาพที่ 3.8	การบันทึกความเร็วบนปริมาตรคำนวณแบบสับหว่างกัน (ก) ตำแหน่งบันทึกค่าความดันและความเร็ว และ (ข) ตำแหน่งบันทึกค่าความดัน	64
ภาพที่ 3.9	ระนาบเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบของสนามการคำนวณอากาศพลศาสตร์	68

ภาพที่ 3.10	โครงสร้างการคำนวณที่มีการระบุความดันคงที่ในการไหล (ก) 2 และ (ข) 3 มิติ	71
ภาพที่ 3.11	การระบุเงื่อนไขขอบแบบผนังสำหรับปัญหาทรงกระบอกผนังแบบ (ก) ราบเรียบ และ (ข) เชาะร่อง	73
ภาพที่ 3.12	การกำหนดเงื่อนไข periodic boundary condition ที่บริเวณการไหลแบบอิสระห่างจาก ทรงกระบอก	75
ภาพที่ 5.1	ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเรียบที่สภาวะเรย์ โนลด์ 100,000 ที่อัตราหมุนไร้นหน่วย 0 1 และ 2	87
ภาพที่ 5.2	ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลายที่ สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ที่อัตราหมุนไร้นหน่วย 0 1 และ 2	88
ภาพที่ 5.3	ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเชาะร่อง ที่ความลึกร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ที่อัตราหมุนไร้นหน่วย 0 1 และ 2	89
ภาพที่ 5.4	ผลการวิเคราะห์เวลาเฉลี่ยแรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบและแบบติดตั้งดิสก์ ที่ปลายที่ที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000	92
ภาพที่ 5.5	ผลการวิเคราะห์เวลาเฉลี่ยแรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกผนังเชาะร่องที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000	92
ภาพที่ 5.6	การก่อกำเนิดกระแสวนเมื่อของไหลไหลผ่านทรงกระบอกผนังราบเรียบที่สภาวะหยุดนิ่งแต่ละช่วง คาบเวลา	93
ภาพที่ 5.7	ความถี่ไร้นหน่วยของการแผ่ขยายกระแสวน	94
ภาพที่ 5.8	องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์	95
ภาพที่ 5.9	สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกแบบเรียบและแผนภาพความดันที่ระนาบกึ่งกลางของ ทรงกระบอก (ระยะ $L/D = 1.075$)	96
ภาพที่ 5.10	สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกติดตั้งดิสก์ ($D_c/D = 1.375$) ที่ปลายทั้งสองและแผนภาพความดัน ที่ระนาบกึ่งกลางของทรงกระบอก (ระยะ $L/D = 1.075$)	97
ภาพที่ 5.11	สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกแบบเชาะร่อง ชนิด B ($k/D = 7.25 \times 10^{-3}$) และแผนภาพความ ดัน ที่ระนาบกึ่งกลางของทรงกระบอกเชาะร่อง (ระยะ $L/D = 1.075$)	98
ภาพที่ 5.12	จุดวิกฤติของขอบเขตเลเยอร์ที่ผนัง (ก) จุดสแตกเนชั่น (ข) จุดความดันดูดด้านส่งเสริม และ (ค) ด้าน ยับยั้งความเร็ว	100
ภาพที่ 5.13	แผนภาพพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน (k) ของวัตถุทรงกระบอก (ก) ผนังราบเรียบ (ข) ติดตั้งดิสก์ที่ ปลาย และ (ค) ผนังเชาะร่อง	101
ภาพที่ 5.14	แผนภาพระดับ Q-criteria iso-surface ของวัตถุทรงกระบอก (ก) ผนังราบเรียบ (ข) ติดตั้งดิสก์ที่ ปลาย และ (ค) ผนังเชาะร่อง ที่ระดับ 100 หน่วย	102

นามานุกรม

α	ตัวประกอบค่าผ่อนปรนในการรู้เข้าของคำตอบ	b_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณ 3 มิติ
α	อัตราการหมุนไร้หน่วย	C_D	สัมประสิทธิ์แรงต้าน
β	สัดส่วนความหนืดจลน์ของความเฉื่อยกับการไหลปั่นป่วน	C_f	สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว
β	อัตราส่วนขยายเพื่อปรับระยะห่างระหว่างโครงสร้างการคำนวณ	C_L	สัมประสิทธิ์แรงยก
Γ	ขอบผิวเอลิเมนต์การคำนวณ	C_M	สัมประสิทธิ์โมเมนต์
Γ	สัมประสิทธิ์การพาของกาไหล	C_p	สัมประสิทธิ์ความดัน
δ_{ij}	ค่าคงที่เพื่อสร้างเมทริกซ์หน่วย	C_{e1}, C_{e2}	ค่าคงที่ของเทอมความหนืดสำหรับสมการการไหลปั่นป่วน (Hanjalic and Launder, 1972), 1.44 และ 1.92
δ_{mbs}	ค่าคงตัวเพื่อความราบเรียบของความเร็ว, 0.5	c	จุดศูนย์กลางหน้าตัดทรงกระบอก
ε	อัตราการฟุ้งกระจายของพลังงานการไหลปั่นป่วน	c_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณ 3 มิติ
ε_u	ค่ากรองอัตราการฟุ้งกระจายของพลังงานการไหลปั่นป่วน	c_t	ค่าคงที่สมมูลขนาดการไหลปั่นป่วน, 2.55
θ	มุมในการวัด	c_μ	ค่าคงตัวของสัมประสิทธิ์ความหนืด, 0.09
K	ค่าคงตัว Von Kármán, 0.41	D, D_e	เส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอกและดิสก์
K_d	สัมประสิทธิ์แห่งการฟุ้งกระจายตัว	D	ค่าจำแนกความเป็นเนื้อเดียวกันของไหลเนื่องจากการฟุ้งกระจายตัว, 0
μ, ν	ความหนืดพลศาสตร์และจลน์	D	อัตราการฟุ้งกระจายของการไหล
μ_t, ν_t	ความหนืดพลศาสตร์และจลน์ของการไหลปั่นป่วน	d	ขนาดการเพิ่มขึ้นในลำดับเลขคณิตเพื่อสร้างโครงสร้างการคำนวณ
ρ	ความหนาแน่นของไหลไม่ยุบตัว	d_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณ 3 มิติ
σ	เวกเตอร์ของผลรวมแรงเนื่องจากความดันและความเฉื่อย	E	ค่าคงที่จากปฏิยานุพันธ์, 0.09
$\sigma^{(k)}$	ค่าคงที่พลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน Prandtl number, 1.0	E, e	โครงสร้างการคำนวณและผนังด้านตะวันออก
σ_ε	ค่าคงที่อัตราการฟุ้งกระจายของพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน Prandtl number, 1.3	F	อัตราการพาการไหล
τ_w	ความเค้นเฉือนที่ผนัง	F_v	แรงเฉือนที่ผิว
$\phi, \hat{\phi}$	ฟังก์ชันการไหล และ ฟังก์ชันการไหลประมาณการ	f	ความถี่เนื่องจากการแผ่ขยายกระแสน
Ω	อัตราการหมุนเฉลี่ยของกระแสน	H	ขนาดค่าเฉลี่ยความโค้งของผิวโครงสร้างคำนวณ
Ω	เอลิเมนต์การคำนวณ	h	ขนาดระยะของโครงสร้างคำนวณแบบเปลี่ยนรูป
ω	อัตราความเร็วเชิงมุม	I	ระดับความเข้มของพลังงานการไหลปั่นป่วน
$\mathcal{L}$	ฟังก์ชันการดำเนินการ	I, J, K	ตัวห้อยเพื่อระบุทิศทางของการไหล ขนาน ตั้งฉาก แนวนอน ลึก ของการไหล
A	พื้นที่ฉายของทรงกระบอก	i, j, k	ตัวห้อยเพื่อระบุทิศทางในเวกเตอร์องค์ประกอบ
AR	อัตราส่วนความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลาง	i, o	ตัวห้อยสำหรับภายในและภายนอก
a_i	ลำดับในการสร้างพิกัดแต่ละแนว	K_u	ค่ากรองอัตราพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน
a_i	สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชันการประมาณ 3 มิติ	k	พลังงานการไหลปั่นป่วน
a_o	ลำดับเริ่มต้นในการสร้างพิกัดแต่ละแนว	k	ขนาดความลึกของการเจาะร่อง
		k_p	พลังงานการไหลปั่นป่วนที่กึ่งกลางโครงสร้างติดผนัง
		L	ความยาวของทรงกระบอก

N, N_i	จำนวนโหนดและหมายเลขโหนดแต่ละองค์ประกอบ	V_{mbs}	ความเร็วที่ปรับค่าความราบเรียบในโครงสร้างแบบเปลี่ยนรูป
N, N_k	ฟังก์ชันประมาณการในโครงสร้างการคำนวณ	v_0	ค่าความเร็วในแนวตั้งฉากกับผิวที่ปะทะ
N, n	โครงสร้างการคำนวณและผนังด้านเหนือ	W	ค่าถ่วงน้ำหนักการประมาณการในโครงสร้างการคำนวณ
n	เวกเตอร์หน่วยตั้งฉาก	W, w	โครงสร้างการคำนวณและผนังด้านตะวันตก
nb	โครงสร้างการคำนวณใกล้เคียง	x, y, z	ตำแหน่งในพิกัดคาร์ทีเซียน
P	ระยะห่างระหว่างดิสก์	X	ตำแหน่งโครงสร้างการคำนวณแบบเปลี่ยนรูป
P	โครงสร้างการคำนวณปัจจุบันที่พิจารณา	y_n	ความหนาของโครงสร้างการคำนวณติดผนัง
P, P_∞	ความดันและความดันที่จุดไหลอิสระ	y_v	ความหนาของระยะวิสคัลในขอบเขตเลเยอร์การไหล
P_{abs}	ความดันที่วิเคราะห์ได้	∇_T	การเดี่ยนของเวกเตอร์ผิว
P_{solver}	ความดันแปลงในการประมวลผล	DES	the Detached-Eddy Simulation method
P_{ref}	ความดันอ้างอิงในการเทียบเคียงระหว่างการประมวลผลกับกายภาพจริง	DF	the Directed Forcing method
P_k	อัตราการผลิตพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน	DNS	the Direct numerical method
Q	แผนภาพเสมือน มิติ แบบ 3Q-criteria	FD	the fictitious domain method
R	เศษตกค้างในสมการการไหลทั่วไป	FISO	the Pressure Implicit Solution by Split Operator methods
r	รัศมีของทรงทรงกระบอก	GMG	the Geometric Multigrid method
S	อัตราความเค้นเฉื่อยระหว่างเลเยอร์การไหล	ILBM	the Immersed-Lattice Boltzmann method
S, s	โครงสร้างการคำนวณและผนังด้านใต้	LES	the Large-Eddy Simulation method
St	ความถี่ไร้น้ำหนักเนื่องจากการแผ่ขยายของกระแส	PANS	the Partially Reynolds averaged Navier-Stokes method
S_{cv}	แหล่งสะสมพลังงานการไหลเพื่อเพิ่มค่าเมื่อสมการการไหลทั่วไปไม่สามารถส่งผลได้เพียงพอ	Pe	the Péclet Number เป็นความสัมพันธ์ระหว่างอัตราการผลิตการฟุ้งกระจายของของไหล
sp	จุดการแยกตัวของเลเยอร์การไหลที่ผนัง	RANS	the Reynolds averaged Navier-Stokes method
st	จุดความดันสูงสุดรอบผนัง	Re	the Reynolds Number เป็นความสัมพันธ์ระหว่างความเฉื่อยเนื่องจากโมเมนตัมและความหนืด
T	ทรานส์โพสของเมทริกซ์	RSM	the Reynolds stresses Equation models
t, t^*	เวลาและเวลาไร้น้ำหนัก	RNG	the renormalization group method
U, V, W	ความเร็วในแต่ละองค์ประกอบ	SIMPLE	the Semi- Implicit Method for Pressure-Linkage Equation
U', V', P'	ค่าปรับแก้ความเร็วและความดันใน SIMPLE algorithm	TCL	the two-component limit method
U^*, V^*, P^*	ความเร็วและความดันที่ปรับแก้แล้วใน SIMPLE algorithm	UPWIND	the First Order Upwind Difference Scheme
U^+, y^+	ความเร็วและระยะห่างไร้น้ำหนักเทียบความเค้นเฉือนที่ผนัง	U-RANS	the Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes method
U^*, y^*	ความเร็วและระยะห่างไร้น้ำหนักเทียบพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน		
U_∞	ความเร็วของไหลอิสระ		
u', v'	อัตราการผลิตพลังงานจลน์จากความเฉื่อย		
V	ปริมาตรของโครงสร้างการคำนวณแบบไฟไนต์เอลิเมนต์		

บทที่ 1

บทนำ

ในช่วงเวลาปัจจุบันอากาศพลศาสตร์มีความสำคัญต่อการพัฒนาเทคโนโลยีสมัยใหม่ที่มีความเกี่ยวข้องกับการขับเคลื่อน หรือการสร้างพลังงานจลน์ที่เกิดขึ้นจากการไหลของของไหลผ่านวัตถุในสถานะที่หมุนในหลายรูปแบบ โดยเฉพาะอุปกรณ์พื้นฐานรูปร่างทรงกระบอกที่ก่อประโยชน์และสามารถพัฒนาต่อยอดสู่อุตสาหกรรมด้านต่างๆ ได้อย่างมาก เช่น อุตสาหกรรมพลังงานทางเลือกมีการใช้บอลลูนกังหันฮีเลียม “Magenn Power Air Rotor System” ซึ่งเป็นรูปทรงประกอบระหว่างใบพัดหลายแฉกกับทรงกระบอกเพื่อสร้างพลังงานจากแรงลม ซึ่งแรงขับเคลื่อนจากลมนี้ช่วยให้บอลลูนกังหันฮีเลียมลอยตัวขึ้น และการหมุนของบอลลูนฮีเลียมสามารถสร้างพลังงานไฟฟ้าได้ถึง 10 -12 กิโลวัตต์ ที่ขนาดบอลลูนกังหันฮีเลียมเส้นผ่านศูนย์กลาง 30 ฟุต และความยาว 57 ฟุต (Soham *et al.*, 2015) ในขณะที่อุตสาหกรรมการบินทางอากาศมีการดัดแปลงรูปทรงมาตรฐานปีกเครื่องบิน (aerofoil) ประกอบเข้ากับวัตถุทรงกระบอก ดังเช่น เครื่องบินสมัยเริ่มแรก “Flettner airplane” (Thom, 1934) การขนส่งทางน้ำมีการออกแบบเรือเดินสมุทรที่มีการติดตั้ง Flettner rotor ที่หมุนบนเรือเดินสมุทรเข้าไปเพื่อให้เกิดแรงขับเคลื่อนซึ่งเกิดจากผลของแรงลมลัพท์ (apparent wind) ระหว่างแรงลมธรรมชาติ (natural wind) ประกอบกับแรงลมเนื่องจากการเคลื่อนที่ของเรือ (fair wind โดยพฤติกรรมการนำไปใช้นี้ เป็นพฤติกรรมตามปรากฏการณ์แมกนัส (Robin-Magnus effect) Magnus (1853) ได้ศึกษาผลของการปะทะกันระหว่างของไหลซึ่งเป็นอากาศกับวัตถุที่หมุน พบว่าการศึกษานี้มีผลต่อแรงดันและแรงเสียดทานที่ผิวที่มีการกระจายตัวรอบวัตถุที่หมุนที่ไม่เท่ากันก่อให้เกิดแรงผลักหรือแรงที่ไม่สมดุลขึ้น หากนำพฤติกรรมนี้ไปใช้กับรูปทรงกระบอกหรือทรงพื้นฐานทรงกระบอกนี้เมื่อมีการหมุนระหว่างการเคลื่อนที่จะทำให้เกิดแรงยกหรือแรงกระทำในแนวตั้งฉากกับทิศทางการเคลื่อนที่ แรงที่เกิดขึ้นนี้จะทำให้เกิดการลดการใช้พลังงานลงได้

ด้วยเหตุนี้จึงก่อให้เกิดการหักเหของเส้นทางการเคลื่อนที่ของวัตถุที่หมุนไปตามแนวเส้นทางตามแนวแรงลัพท์ที่เกิดขึ้น สำหรับงานวิจัยนี้มุ่งเน้นการศึกษาเชิงการคำนวณของอากาศในช่วงการไหลปั่นป่วน (Turbulent Flow) ไหลผ่านทรงกระบอก 3 มิติ โดยวัตถุจะอยู่ในสถานะหยุดนิ่งและหมุนที่สถานะโรเอนด์ที่สูง เนื่องจากตัวอย่างของอุปกรณ์ เช่น การพัฒนานวัตกรรมจากบอลลูนกังหัน

ฮีเลียมสู่อุปกรณ์รูปทรงอื่น เช่น เรือเหาะกังหัน (flying wind turbine) ที่สามารถใช้ในการผลิตกระแสไฟฟ้า ดังภาพที่ 1.1



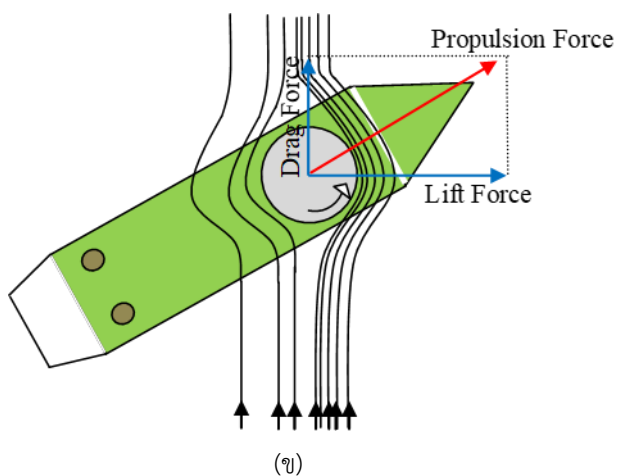
ภาพที่ 1.1 การประยุกต์ใช้บอลูนกังหันฮีเลียม (Magenn Power Air Rotor System) (EcoFriend, no date)

นอกจากนี้สามารถนำความรู้พื้นฐานนี้ไปบูรณาการกับการวิจัยอื่นที่เกี่ยวข้องโดยตรง เช่น เรือเดินสมุทร E-Ship I (ENERCON, 2013) ที่สามารถขับเคลื่อนได้ด้วยความเร็ว 110 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ทำให้สภาวะของไหลจะเป็นสภาพปั่นป่วนและอาจได้รับผลกระทบจากแรงต้านจากอากาศและลมหมุน (re-circulating) บริเวณด้านหลังซึ่งส่งผลต่อเสถียรภาพของวัตถุ และความผิดพลาดในการคาดการณ์และควบคุมแนวทางการเคลื่อนที่ ดังภาพที่ 1.2(ก) ซึ่งการเกิดขึ้นของแรงขับเคลื่อนซึ่งถือว่าเป็นแรงลัพท์ หรือแรงลมปรากฏ (apparent wind) นั้น คือ กระแสลมที่พัดผ่านอุปกรณ์ทำงานทรงกระบอกที่หมุนชนิด Flettner rotor ซึ่งเกิดขึ้นอันเนื่องมาจากผลของลมอันเนื่องมาจากการเคลื่อนที่ของเรือ (fair wind) และกระแสลมตามธรรมชาติ (true wind) ดังภาพที่ 1.2(ข)

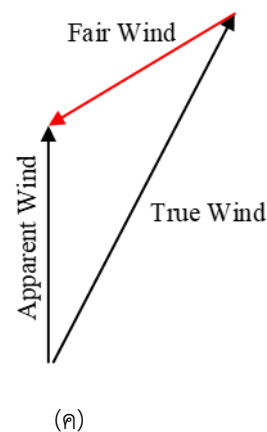
โดยพฤติกรรมการเกิดขึ้นของแรงขับเคลื่อนนี้เป็นไปตามปรากฏการณ์ “Magnus” อันเนื่องมาจากมีของไหลผ่านวัตถุที่หมุนทำให้เกิดผลของความดันกระจายตัวแบบไม่สมมาตรรอบวัตถุหมุนนั้น มีผลเกิดแรงยกและดันทัน (Magnus, 1853)



(ก)



(ข)



(ค)

ภาพที่ 1.2 การประยุกต์ใช้ปรากฏการณ์แมกนัสสำหรับ (ก) เรือเดินสมุทรติดตั้ง Flettner rotor (ข) กระแสธารผ่าน Flettner rotor และ (ค) ทิศทางของแรงลมที่เกี่ยวข้อง (ENERCON, 2013)

โดยการศึกษาโดยวิธีการคำนวณนี้จะเป็นประโยชน์ในการได้มาซึ่งข้อมูลที่สำคัญที่ไม่สามารถทดสอบได้จากการทดลอง สำหรับงานวิจัยนี้ได้ทำการทดสอบที่การไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงสำหรับการไหลผ่านวัตถุรูปทรงทรงกระบอกที่พื้นฐานขยายผลรูปแบบต่างๆ คือ ทรงกระบอกเรียบ ทรงกระบอกเจาะร่อง และทรงกระบอกเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลาย ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ซึ่งเป็นการไหลที่อยู่ในช่วงการไหลได้ช่วงการไหลแบบวิกฤติ (sub-critical Reynolds number) โดยเป็นสภาวะที่มีระดับความเข้มของการไหลแบบปั่นป่วนภายนอกที่สูง (turbulence intensity) และผล

ของเลเยอร์แบบปั่นป่วนในแนว 3 มิติ (turbulent boundary layer) ที่จำเป็นต้องพิจารณา โดยแต่
ละงานวิจัยก่อนหน้าที่ทำการศึกษาทดลองมี วิธีการ วัตถุประสงค์ต่างๆ ดังตารางที่ 1.1

ตารางที่ 1.1 การศึกษาของไหลพลศาสตร์ไหลผ่านวัตถุทรงกระบอก 3 มิติ ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูง ด้วยวิธีการ
คำนวณอากาศพลศาสตร์

ลำดับ	ผู้วิจัย	สภาวะเรย์โนลด์	อัตราความหนืด หน่วย (α)	แบบจำลองการไหล ปั่นป่วน	รูปแบบดิคริไทซ์
1	Badr and Dennis (1985)	200 and 500	0 - 2	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
2	Badr (1990)	1,000 - 10,000	0 - 3	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
3	Chew, Cheng and Luo (1995)	1,000	0 - 6	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
4	Chew, Luo and Cheng (1997)	1,000	0.5	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
5	Nair, Sengupta and Chauhan (1998)	200,1,000 and 3,800	0.5 - 3	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
6	Aoki and Ito (2001)	60,000 and 140,000	0 - 1	k- ϵ - RNG	Finite Volume
7	Sengupta <i>et al.</i> (2003)	1,000 and 3,800	3 and 5	Navier - Stokes Equations	Finite Difference
8	Elmiligui <i>et al.</i> (2004)	50,000	0 - 0.9	Hybrid Navier-Stokes & LES	Finite Volume
				U-RANS with k- ϵ	
				PANS (K_u - ϵ_u equations)	
9	Guo <i>et al.</i> (2009)	425 - 1,130	0 - 4	ILBM	DF/FD
10	Karabelas (2010)	140,000	0 - 2	LES	Finite Volume
11	Craft, Iacovides and Launder (2011)	200 and 140,000	0 - 5	U-RANS with k- ϵ	Finite Volume

ลำดับ	ผู้วิจัย	สภาวะเรย์โนลด์	อัตราการหมุนไร้ หน่วย (α)	แบบจำลองการไหล ปั่นป่วน	รูปแบบดิสครีไทซ์
12	Craft, Iacovides and Launder (2011)	140,000	0 - 2	U-RANS with k- ϵ	Finite Volume
		800,000	0 - 8	U-RANS with k- ϵ	
		140,000	0 - 2	RSMs - TCL	
13	Thouault <i>et al.</i> (2012)	70,000	0 - 4	U-RANS with k- ω	Finite Volume
14	Karabelas <i>et al.</i> (2012)	500,000 - 5,000,000	2 - 8	Navier - Stokes Equations	Finite Volume
15	Gowree and Prince (2012)	94,000	0 - 4	Navier - Stokes Equations	Finite Volume

เมื่อ

DNS คือ direct numerical method

DF คือ direct-forcing

FD คือ fictitious domain

ILBM คือ the Immersed-Lattice Boltzmann method

LES คือ the large eddy simulation method

PANS คือ partially-averaged Navier Stokes

RNG คือ the renormalization group

RSMs คือ the Reynolds stresses equation model

RANS คือ the Reynolds averaged Navier Stokes method

TCL คือ two-component limit

U-RANS คือ the unsteady Reynolds averaged Navier Stokes method

K_u คือ sub-filter of turbulent kinetic energy variable

ε_u คือ sub-filter of turbulent dissipation rate variable

งานวิจัยนี้ได้แสดงพฤติกรรมของการไหลและทำการวิเคราะห์การไหลด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนชนิด High Re k- ε turbulence model เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบที่แม่นยำมากขึ้นกว่าแบบจำลองการไหลทั่วไปและใช้ทรัพยากรในการคำนวณที่ไม่สูงเกินไป โดยรูปร่างพื้นฐานทรงกระบอกนี้จะมีผลต่ออัตราการเปลี่ยนแปลงของพฤติกรรมของการไหลแบบปั่นป่วนโดยเฉพาะอัตราความเค้นเรย์โนลด์ (Reynolds stresses) ที่รวดเร็วตลอดผิวโค้ง โดยแบบจำลองที่แสดง High Re k- ε turbulence model ซึ่งมีการปรับเปลี่ยนเทอมของ Reynolds stresses ในความสัมพันธ์แบบ linear-eddy viscosity เป็นแบบจำลองที่มีความเหมาะสมสำหรับช่วงการไหลปั่นป่วน อีกทั้งแบบจำลองที่ใช้ยังมีการวิเคราะห์พฤติกรรมของการไหลบริเวณผนังด้วยสมการตามกฎ law of logarithm ที่มีการสร้างสมมติฐานว่าเลเยอร์การไหลอยู่ในสภาพการไหลแบบปั่นป่วนสมบูรณ์แบบทำให้ลดทรัพยากรในการวิเคราะห์และประมวลผลไปได้อย่างมาก

1.1 วัตถุประสงค์การวิจัย

1) เพื่อศึกษาพฤติกรรมและประโยชน์ของของไหลปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกที่หุ้มนิ่งและหมุน เมื่อวัตถุที่ถูกไหลผ่านเป็นรูปทรงพื้นฐานทรงกระบอก ได้แก่ ทรงกระบอกผิวเรียบ ทรงกระบอกผิวเซาะร่อง และทรงประกอบระหว่างทรงกระบอกประกอบดิสก์ที่ปลาย โดยเทียบเคียงกับการทดลองของ (Takayama and Aoki, 2005) ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 โดยมีการพิจารณาผลของแรงที่เกี่ยวข้องซึ่งอาศัยข้อมูลจากลักษณะกายภาพของของไหลบริเวณใกล้เคียงแบบต่างๆ และพื้นที่การคำนวณ

2) เพื่อทำการระบุความสามารถหรือข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายพฤติกรรมของไหลชนิดปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกขณะหมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูง ในรูปแบบ 3 มิติ ซึ่งมีการวิเคราะห์จากแบบจำลองของไหลในสภาพการไหลปั่นป่วนเต็มรูปแบบ (fully turbulent flow) โดยอาศัยการวิเคราะห์ด้วยสมการ High Re k- ε turbulence model ซึ่งประกอบด้วยการใช้สมการการไหลใกล้เคียงร่วมวิเคราะห์เพื่อลดทรัพยากรในการประมวลผล โดยเทอม eddy-viscosity เป็นฟังก์ชันแบบเชิงเส้น (linear function) และพหุนามกำลังสอง (quadratic function)

[illegible]

กิจกรรมขั้นตอน/ การดำเนินการ	ระยะเวลาดำเนินการ (เดือนที่)												ผลการ ดำเนินงาน
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
3.4 การกำหนดเงื่อนไขความ คลาดเคลื่อนในระเบียบวิธีเชิง ตัวเลขเพื่อให้เกิดการรู้เข้า คำตอบของการแสดงผล 3.5 การพิจารณาจากผลการ ประมวลผลเพื่อสร้างรูปแบบ					→	→							
4. ดำเนินการทดสอบการไหล ผ่านทรงกระบอกทั้งแบบหยุด นิ่งและแบบหมุน ที่สภาวะเรย์ โนลด์ที่กำหนด						→	→	→	→				ผลการทดสอบ ทุกสภาวะเรย์ โนลด์
5. วิเคราะห์ผลการคำนวณ							→	→	→	→			ผลการวิเคราะห์ และ ผล การ อภิปรายข้อมูล
6. รายงานการวิจัย										→	→		เอกสารเผยแพร่
7. สรุปโครงการ											→	→	รายงานการวิจัย

บทที่ 2

ทบทวนวรรณกรรม

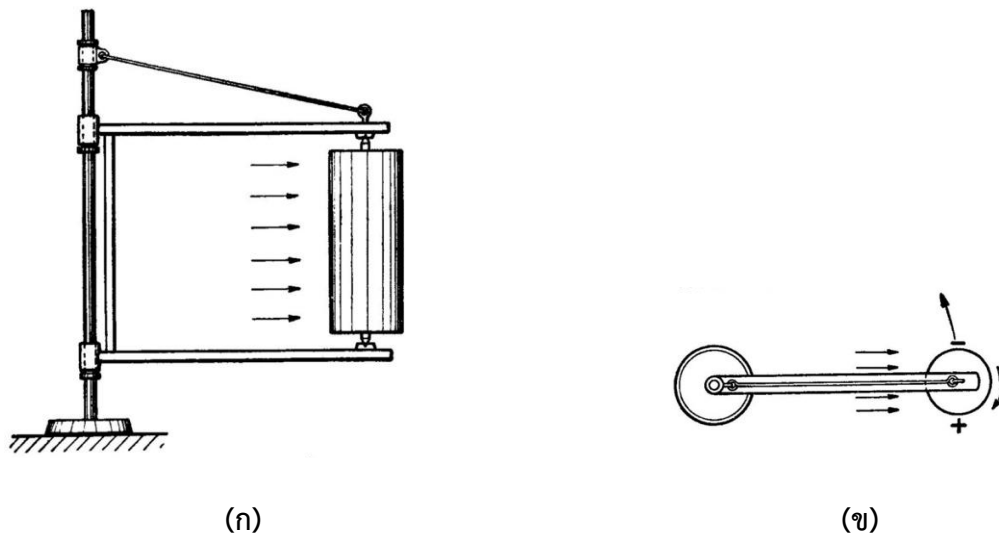
งานวิจัยการไหลอากาศพลศาสตร์ผ่านวัตถุที่มีขนาดหน้าตัดกว้าง และวัตถุนั้นได้วางตัวกีดขวางการไหลผ่านของอากาศพลศาสตร์นั้น ถือได้ว่าเป็นการไหลผ่านแบบภายนอก งานวิจัยด้านนี้มีความเกี่ยวข้องกับเทคโนโลยีขนาดใหญ่ที่ใช้ในภาคอุตสาหกรรมและการขนส่งเพื่อให้เกิดการขับเคลื่อนจากแรงกระทำทิศทางต่างๆ ที่เกิดขึ้น หากการไหลผ่านวัตถุนั้นเป็นภาวะที่วัตถุทรงกระบอกมีการเคลื่อนที่แบบหมุนรอบแกนจะมีผลทำให้เกิดแรงกระทำขนาดมากเมื่อเปรียบเทียบกับทรงกลม ซึ่งพฤติกรรมนี้มีผลมาจากแรงดันและแรงเฉือนที่กระทำต่อผิวตลอดทรง 3 มิตินั้น โดยแรงดังกล่าวมีการกระจายตัวรอบวัตถุหมุนแบบอสมมาตร ซึ่งถือว่าเป็นหลักการพื้นฐานจากปรากฏการณ์แมกนัส (Magnus Effect) ได้แรงขับที่เกิดจากการรวมแรงพื้นฐานเช่น แรงระหว่างแรงต้านและแรงยกตัวเนื่องจากของไหล เห็นได้ว่าปรากฏการณ์แมกนัสจะเกิดขึ้นได้ก็ต่อเมื่อมีองค์ประกอบหลัก 2 ส่วน ส่วนแรกเกิดขึ้นจากของไหลที่มีความเร็วไหลผ่านวัตถุและอีกส่วนนั้นคือ วัตถุมีสภาพการเคลื่อนที่แบบหมุน (Magnus, 1853) โดยวัตถุที่ของไหลไหลผ่านสามารถเป็นได้ทั้งทรงกลม (sphere) ทรงกระบอก (cylinder) ทรงกากบาท (cross cylinder) และการประกอบกันระหว่างทรงกระบอกกับทรงแพนอากาศหรือ “airfoil” กลายเป็นเป็นรูปทรงประกอบ (compound strut) (Thom, 1934) หรือการปรับผิวจากรูปทรงพื้นฐาน เช่น การเจาะร่องลึกหลายแนวตลอดทรงกระบอก (Takayama and Aoki, 2005) หรือ การรูปทรงกระบอกที่ผิวการบิดตัวทำให้พื้นที่หน้าตัดตลอดแนวแกนไม่สม่ำเสมอ (Wei *et al.*, 2017) วัตถุรูปทรงพื้นฐานทรงกระบอกจะมีผลทำให้พฤติกรรมของไหลและประสิทธิภาพของแรงผลักหรือแรงในแต่ละองค์ประกอบที่แตกต่างกันไป อีกทั้งยังคงเปลี่ยนแปลงตามสถานะที่เคลื่อนที่แบบหมุนซึ่งสามารถวัดความเร็วได้ในเทอมไร้หน่วย (α : spin ratio) ซึ่งเป็นค่าสัดส่วนระหว่างความเร็วในแนวผิวสัมผัส ($\frac{\omega D}{2}$) เทียบกับความเร็วของการไหลที่ระยะไหลเข้ามาจากระยะไกล (U_∞)

- เมื่อ ω คือ ความเร็วเชิงมุม, rad/s
 D คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกระบอก, m
 U_∞ คือ ความเร็วของการไหลจากระยะไกล, m/s

2.1 ปรากฏการณ์แมกนัส

พฤติกรรมของอากาศพลศาสตร์ที่ไหลผ่านวัตถุในสถานะที่หมุนนั้นเริ่มมีการกล่าวถึงครั้งแรกในการสังเกตการณ์ของเซอร์ ไอแซค นิวตัน โดยมีหลักฐานการกล่าวถึงพฤติกรรมนี้จากบันทึก ซึ่งมีข้อความดังนี้ *"I remembered that I had often seen a tennis ball struck with an oblique racket describe such a curved line. For a circular as well as progressive motion being communicated to it by that stroke, its parts on that side where the motions conspire must press and beat the contiguous air more violently, and there excite a reluctance and reaction of the air proportionately greater"* (Newton, 1671) ซึ่งมีการกล่าวถึงการหักเหแบบทันทีทันใดของลูกเทนนิสถือได้ว่าเป็นข้อสังเกตที่สำคัญ ก่อให้มีการศึกษาพฤติกรรมแมกนัสอย่างลึกในรายละเอียดต่อไป

การศึกษาตามพฤติกรรมแมกนัสนี้ได้เริ่มทำการทดลองกับวัตถุหมุนตัวกลางที่เป็นทรงกระบอก โดย Gustav Magnus ซึ่งเป็นศาสตราจารย์ทางด้านฟิสิกส์ แห่งเมืองเบอร์ลิน ได้ทำการศึกษาเพื่อดูการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งของทรงกระบอกในขณะที่หมุนในทิศทางตามเข็มนาฬิกา เมื่อมีลมพัดผ่านเข้ามาทำให้ชุดโครงสร้างที่ยึดทรงกระบอกที่หมุนนี้เคลื่อนตัวรอบแกนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ดังภาพที่ 2.2 ซึ่งนักวิจัยได้อธิบายถึงพฤติกรรมดังกล่าวอันเป็นผลมาจากการกระจายตัวของความดันในทิศทางตั้งฉากกับผิวพุ่งเข้าสู่ศูนย์กลางการหมุน แรงความดันนั้นได้กระจายรอบตัวทรงกระบอกที่หมุนโดยผิวด้านที่มีความดันต่ำเกิดขึ้นเนื่องจากความเร็วลัพธ์ระหว่างผนังทรงกระบอกกับความเร็วลมมีขนาดที่สูง ในทางตรงข้ามด้านที่มีความดันสูงเกิดขึ้นเนื่องจากความเร็วลัพธ์มีขนาดที่ต่ำก่อให้เกิดความดันกระทำในแนวตั้งฉากกับผิวที่สูง ซึ่งจะเห็นได้ว่านักวิจัยได้เน้นการอธิบายพฤติกรรมแมกนัสโดยกล่าวถึงความดันเป็นหลัก



ภาพที่ 2.1 การติดตั้งการทดลองของ Gustav Magnus มุมมอง (ก) ด้านข้าง และ (ข) ด้านบน (Seifert, 2012)

การศึกษาของ Reid (1924) ได้ทำการทดลองการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกแบบต่างๆ ที่หมุนและหยุดนิ่ง ซึ่งได้แสดงถึงองค์ประกอบหนึ่งของแรงที่มีผลต่อแรงต้าน (drag force) และแรงยก (lift force) ดังนั้นเมื่อทำการพิจารณาแรงที่กระทำกับวัตถุนั้นในรูปแบบไร้นิพจน์สามารถแสดงให้เห็นถึงความสัมพันธ์กับตัวแปรไร้นิพจน์อื่น การวัดขนาดของแรงอากาศพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นจะทำการวัดขนาดของแรงกระทำเทียบกับพลังงานจลน์เนื่องจากความดัน (dynamic pressure : $\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A$ เมื่อ A คือพื้นที่ฉายของทรงกระบอกจากขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D หน่วย) ซึ่งรูปแบบการวิเคราะห์แรงเนื่องจากอากาศพลศาสตร์ยังคงรูปแบบเดียวกันทั้งการศึกษาเชิงทดลองและการศึกษาเชิงคำนวณที่สอดคล้องกับงานวิจัยอื่นส่วนใหญ่ โดยการวัดแรงทางอากาศพลศาสตร์ที่สำคัญและมีความเกี่ยวข้องกับการออกแบบอุปกรณ์ทำงานทางอากาศพลศาสตร์ มีดังนี้

แรงยกเนื่องจากของไหล (Lift Coefficient, C_L) เป็นค่าแรงไร้มิติเพื่อพิจารณาอัตราส่วนของแรงยกวัตถุในทิศทางตั้งฉากกับทิศทางการไหลของอากาศต่อค่าความดันพลศาสตร์ (dynamic pressure) โดยมีสมการทั่วไปคือ

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \quad (2.1)$$

แต่ในการประมวลผลสมการที่ (2.1) นี้สามารถวิเคราะห์ได้ในรูปของ tensor analytic ตลอดพื้นที่ผิวทรงกระบอก (Γ_{cylinder}) คือ

$$C_L = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \int_{\Gamma_{\text{cylinder}}} (\sigma \hat{n}) \cdot \hat{n}_y d\Gamma \quad (2.2)$$

แรงต้านเนื่องจากของไหล (Drag Coefficient, C_D) เป็นค่าแรงไร้มิติเพื่อพิจารณาอัตราส่วนของแรงต้านการเคลื่อนที่ของวัตถุในทิศทางขนานกับทิศทางเดียวกับการไหลของอากาศซึ่งมีทิศทางตรงข้ามกับการเคลื่อนที่ของวัตถุต่อค่าความดันพลศาสตร์ (dynamic pressure) ค่านี้เป็นผลทำให้วัตถุเคลื่อนที่หน่วงหรือยับยั้งการเคลื่อนที่ในทิศตรงกันข้ามซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์นี้ในสมการทั่วไปคือ

$$C_D = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \quad (2.3)$$

เช่นเดียวกัน ในการประมวลผลสมการที่ (2.3) นี้สามารถแสดงได้อยู่ในรูปของ tensor analytic ตลอดพื้นที่ผิวทรงกระบอก (Γ_{cylinder}) คือ

$$C_D = \frac{1}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2 A} \int_{\Gamma_{\text{cylinder}}} (\sigma \hat{n}) \cdot \hat{n}_x d\Gamma \quad (2.4)$$

เมื่อ องค์ประกอบของแรงที่เกิดขึ้นเกิดการรวมตัวกันระหว่างแรงเนื่องจากความดันและแรงเฉือนที่ผิวสามารถแสดงอยู่ในรูป stress tensor analytic (σ) คือ $(-pI + 2\mu \left[\frac{1}{2}((\nabla \bar{U}) + (\nabla \bar{U})^T) \right])$

และแรงกระทำกับวัตถุที่เกิดขึ้นส่วนใหญ่นั้นเกิดจากแรงเนื่องจากความดันซึ่งมีทิศทางพุ่งเข้าสู่ศูนย์กลางการหมุนในแนวตั้งฉากกับผิวสัมผัส โดยสามารถค่าความดันดังกล่าวในค่าไร้หน่วย คือ สัมประสิทธิ์ความดัน (pressure coefficient; C_p) ซึ่งเป็นการวัดความแตกต่างระหว่างความดันบริเวณผิว (P) กับความดันที่จุดอ้างอิงหรือความดันบรรยากาศหรือความดันของของไหลที่ระยะอนันต์ (P_∞) เทียบกับขนาดความดันพลศาสตร์ของของไหลไม่อัดตัว ดังนี้

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2}\rho U_\infty^2} \quad (2.5)$$

เนื่องจากพฤติกรรมการไหลของอากาศเป็นแบบไม่สมมาตรก่อให้เกิดการหมุนรอบแกนในแนวตั้งฉากที่ผ่านจุดศูนย์กลางวัตถุ (vertical axis) หรือ แกนยอร์ (yaw axis) โดยทั่วไปแรงที่กระทำนั้นเกิดจากแรงเฉือนที่ผิว (F_v) ตลอดพื้นผิวทรงกระบอก ($\Gamma_{cylinder}$) เนื่องจากมีทิศทางตั้งฉากกับรัศมีของทรงกระบอก ($\vec{r}$) ก่อให้เกิดโมเมนต์ของแรงดังกล่าวซึ่งสามารถวัดได้ในรูปตัวแปรไร้มิติ คือ สัมประสิทธิ์โมเมนต์รอบแกน (moment coefficient: C_M) ดังนี้

$$C_M = \frac{\int_{\Gamma_{cylinder}} \|\vec{r} \times (F_v \hat{n})\| d\Gamma}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 AD} \quad (2.6)$$

เนื่องจากการพิจารณาพฤติกรรมการแยกตัว (detachment) หรือ การสัมผัสตัวที่ผิววัตถุของเลเยอร์นั้นเกิดขึ้นมาจากแรงเฉือนของของไหลกระทำกับผิวทรงกระบอกก่อให้เกิดความเค้นเฉือนหรือความเค้นเนื่องจากแรงเสียดทานตลอดผิว (τ_w) ซึ่งสามารถพิจารณาความเค้นเฉือนนี้ในรูปของตัวแปรไร้มิติ คือ สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานที่ผิว (skin friction coefficient : C_f) คือ

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.7)$$

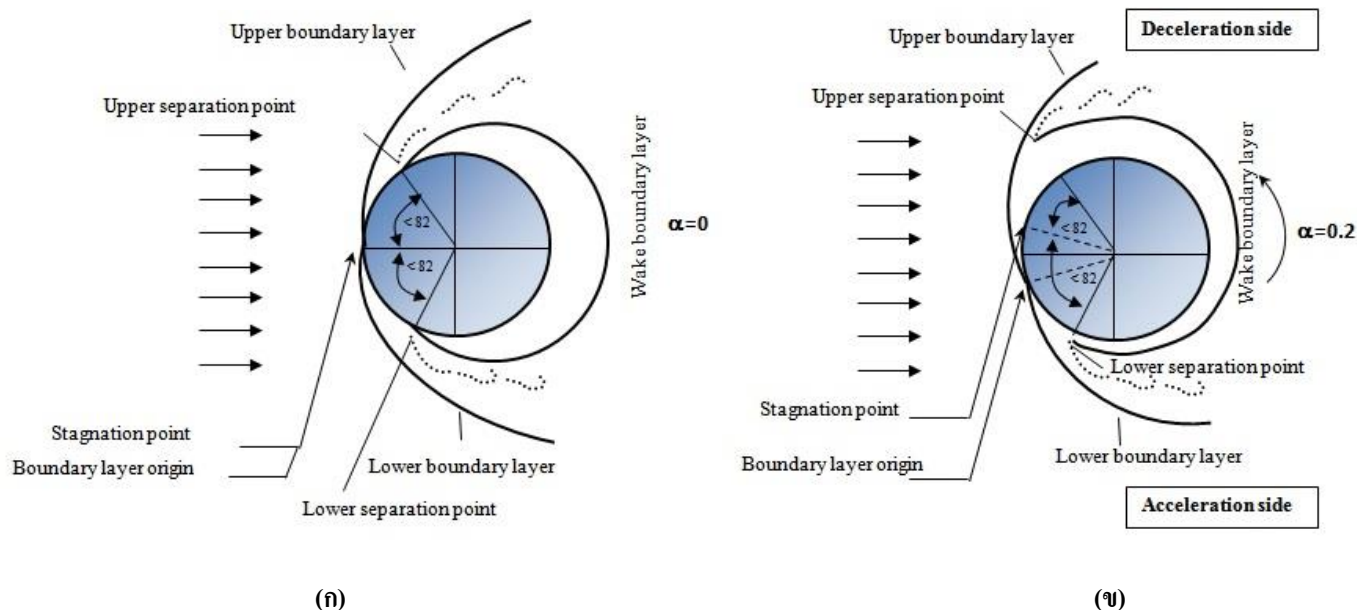
2.2 ลักษณะขอบเขตเลเยอร์บนพื้นผิวโค้ง

ลักษณะของขอบเขตเลเยอร์ของของไหลบนผิวโค้งมีผลอย่างมากต่อค่าแรงกระทำกับวัตถุที่ไหลผ่าน ดังเช่นการทดลองของ Norberg (1987) ซึ่งได้แสดงให้เห็นถึงขนาดที่ใหญ่ของพื้นที่ของกระแสวนหลังวัตถุจะส่งผลให้เกิดแรงต้านที่กระทำกับวัตถุที่มากตาม โดยขนาดพื้นที่ของกระแสวนที่ใหญ่นี้เกิดจากลักษณะของขอบเขตเลเยอร์บริเวณผิววัตถุที่มีความเกี่ยวข้องกับบริเวณจุดเริ่มต้นของเลเยอร์ (boundary layer origin) ซึ่งเป็นจุดที่เริ่มการสัมผัสกันระหว่างของไหลกับผิววัตถุ ที่จุดนี้ไม่มีความหนาของเลเยอร์ จุดอากาศหยุดนิ่ง (θ_{st} : stagnation point) ซึ่งเป็นจุดที่ไม่มีความเร็วของของไหล และความดันที่ผิววัตถุสูงสุดก่อให้เกิดเมื่อของไหลไหลเข้าหาผิวจะเกิดทิศทางการหักเหหรือย้อนกลับ จุดที่มีการแยกตัวของเลเยอร์ (θ_{sp} : detachment/separation point) เป็นจุดที่เลเยอร์ของไหลเมื่อเคลื่อนที่ตามแนวผิวโค้งมีระดับพลังงานจลน์ที่น้อยกว่างานเนื่องจากแรงต้านซึ่งเป็นแรงเฉือนที่ผิว จึงทำให้เกิดการแยกตัวที่บริเวณนี้ ซึ่งที่จุดนี้อัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วในองค์ประกอบ

ทิศทางเส้นสัมผัสผิวโค้งเทียบกับระยะห่างในแนวตั้งฉากไม่มีการเปลี่ยนแปลง ($\frac{dU_x}{dy} = 0$) และความยาวของเลเยอร์ของกระแสน้ำ (wake boundary layer length) หลังเกิดกระบวนการไหลเข้าหาผิวอีกครั้ง (reattachment point) โดยเฉพาะอย่างยิ่งตำแหน่งการแยกตัวที่เร็วนั้นยังทำให้ได้พื้นที่ของ wake boundary layer ที่ยาวกว่าให้เกิดค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านที่สูงตาม

เนื่องจากการศึกษาพฤติกรรมของเลเยอร์บนผิวโค้งรอบผิวทรงกระบอกถือได้ว่าเป็นพื้นฐานที่สำคัญเนื่องจากรูปร่างมีพื้นที่หน้าตัดทรงกระบอกมีขนาดเท่ากันตลอดทุกระนาบตามแนวลิ้น ซึ่งหากมีการศึกษาเชิงทดลองหรือคำนวณในสภาวะที่ปลายของทรงกระบอกมีความสมมาตรกันจะทำให้เกิดพฤติกรรมใน 3 มิติที่น้อยมาก

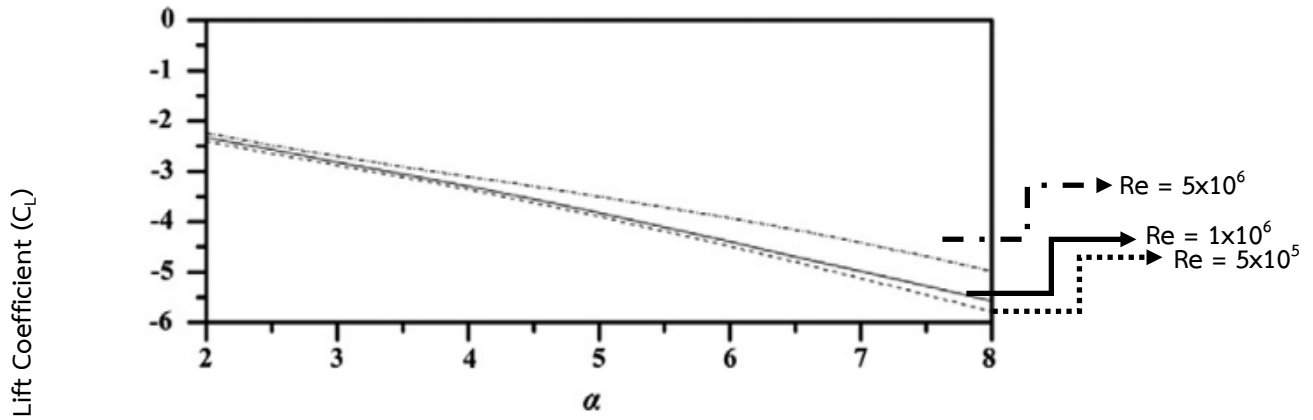
Swanson (1961) ได้แสดงข้อมูลลักษณะขอบเลเยอร์ของการไหลภายนอกผิวโค้งที่สภาวะเรย์โนลด์ 40,000 ซึ่งเป็นสภาวะที่อากาศไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกหยุดไม่มีการหมุน ดังภาพที่ 2.2 (ก) จะพบว่า original point และ stagnation point อยู่ที่จุดเดียวกัน และ separation บริเวณผิวบนและผิวล่างรวมทั้งลักษณะเลเยอร์มีความสมมาตรตามแนวขนานกับทิศทางการไหลที่แกน azimuthally angle ที่ 0° โดย wake boundary layer มีความยาวเริ่มต้นและสิ้นสุดที่มุม azimuthally angle ที่ 82° ภาพที่ 2.2(ข) ได้แสดงถึงวัตถุทรงกระบอกมีการหมุนในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา ทำให้ด้านบนของทรงกระบอกมีการหน่วงความเร็วของของไหลที่ไหลเหนือผิว (deceleration side) และด้านล่างมีการส่งเสริมความเร็วของของไหลด้านใต้ผิว (acceleration side) ซึ่งผลของการหมุนของวัตถุนี้ทำให้ตำแหน่งของ stagnation point เคลื่อนย้ายไปอยู่ที่ตำแหน่งใหม่ในทิศทางสวนทางกับการหมุน ในขณะที่ตำแหน่งใหม่ของ separation points ทั้ง 2 จุด มีการเคลื่อนย้ายไปในทิศทางเดียวกับการเคลื่อนที่ ลักษณะนี้จะสังเกตเห็นว่าความยาวของ wake boundary layer มีแนวโน้มสั้นลงอีกด้วย โดยตำแหน่งของขอบเขตเลเยอร์ข้างต้นนี้ได้อ้างอิงเพื่อใช้เป็นเหตุผลในการวิเคราะห์ผลการทดลองหรือการศึกษาเชิงคำนวณอย่างกว้างขวางในปัจจุบัน (Aoki and Ito, 2001; Takayama and Aoki, 2005)



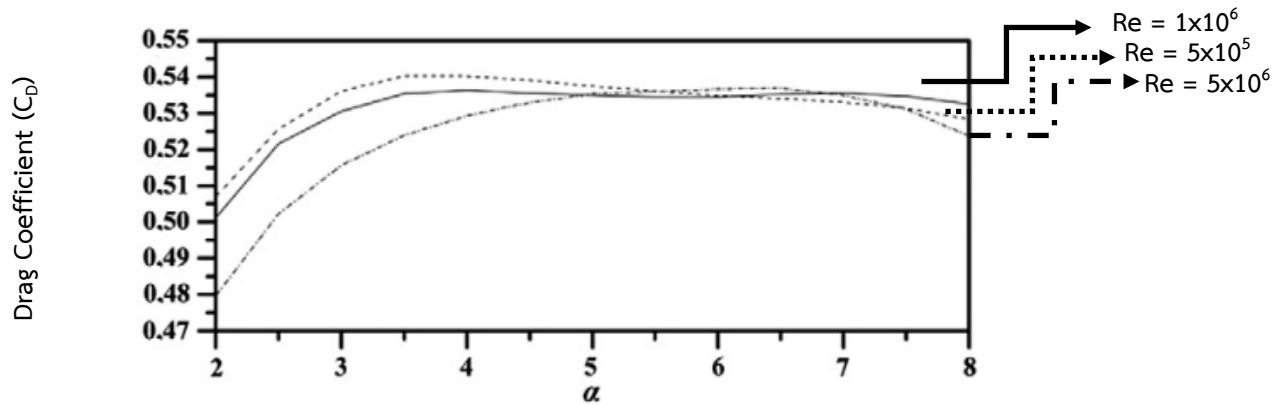
ภาพที่ 2.2 ขอบเขตเลเยอร์รอบผิวโค้งทรงกระบอกขณะ (ก) หยุดนิ่ง และ (ข) หมุนที่อัตราหมุนไร้หน่วย 0.2 (Swanson, 1961)

2.3 งานวิจัยด้านของไหลผ่านทรงกระบอกผิวราบเรียบ

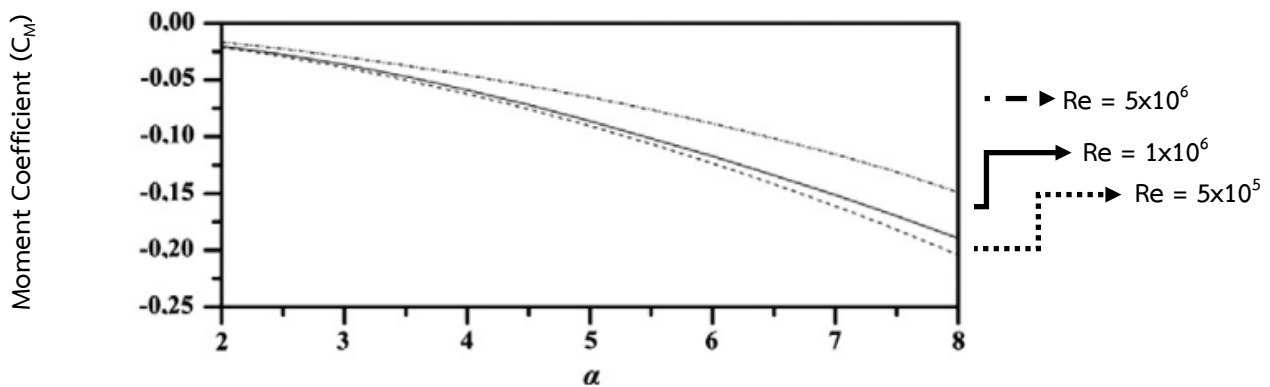
งานวิจัยของ Karabelas (2010) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมของอากาศเมื่อไหลผ่านทรงกระบอกที่หมุนถึงอัตราหมุนไร้หน่วยที่ 2 ที่สภาวะเรย์โนลด์ 140,000 ซึ่งถือว่าเป็นช่วงการไหลต่ำกว่าสภาวะเรย์โนลด์วิกฤติ (sub-critical Reynolds number) โดยทำการศึกษาด้วยวิธี Large Eddy Simulation (LES) ในระนาบ 2 มิติ และได้ต่อยอดงานวิจัยต่อไป โดย Karabelas *et al.* (2012) ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงขึ้น คือ ระหว่าง 5×10^5 ถึง 5×10^6 ซึ่งเป็นสภาวะการไหลสูงกว่าสภาวะเรย์โนลด์วิกฤติ (super-critical Reynolds number) (Pijush and Ira, 2004) โดยพิจารณาถึงสภาวะการหมุนไร้หน่วย ถึง 8 ด้วยวิธี high Reynolds k- ϵ model และทำการพิจารณาการไหลที่ปริมาตรคำนวณใกล้เคียงด้วยสมการไหลที่ผิวมาตรฐานตามกฎ “Law of Logarithm” โดยแบบจำลองการไหลนี้ได้พัฒนามาจากสมการการไหลทั่วไป The Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) ซึ่งงานวิจัยนี้ยังคงพิจารณาการไหลในระนาบ 2 มิติ เช่นกัน



(ก)



(ข)



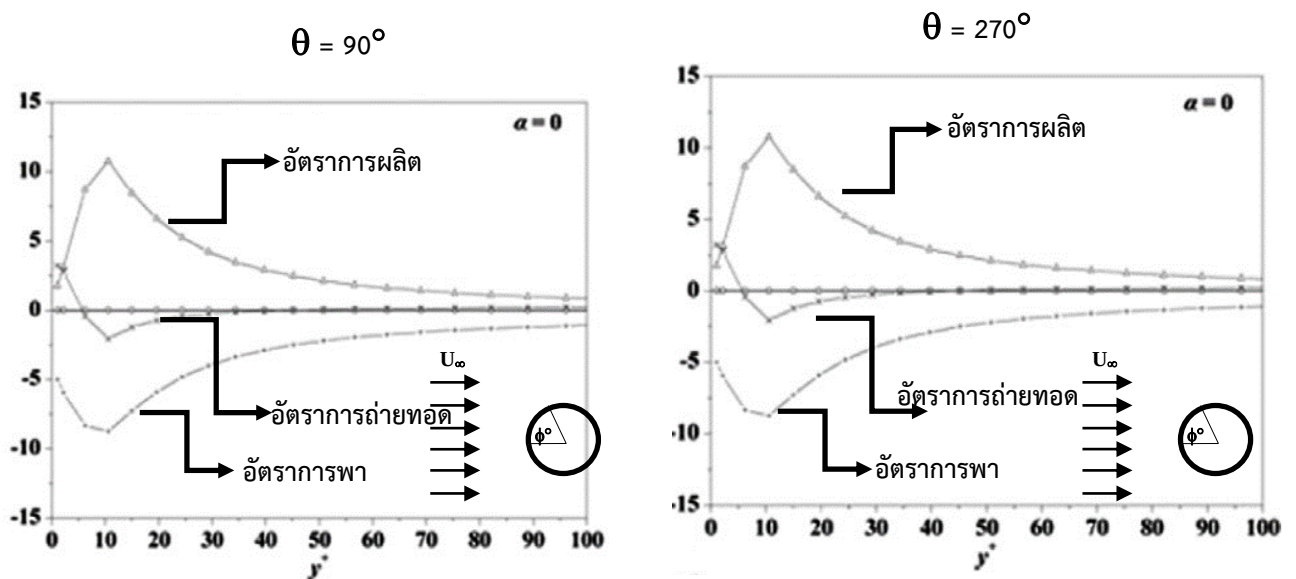
(ค)

ภาพที่ 2.3 ผลการทำนายสัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก (ข) แรงต้าน และ (ค) โมเมนต์ ที่แต่ละสภาวะเรย์โนลด์ ด้วย

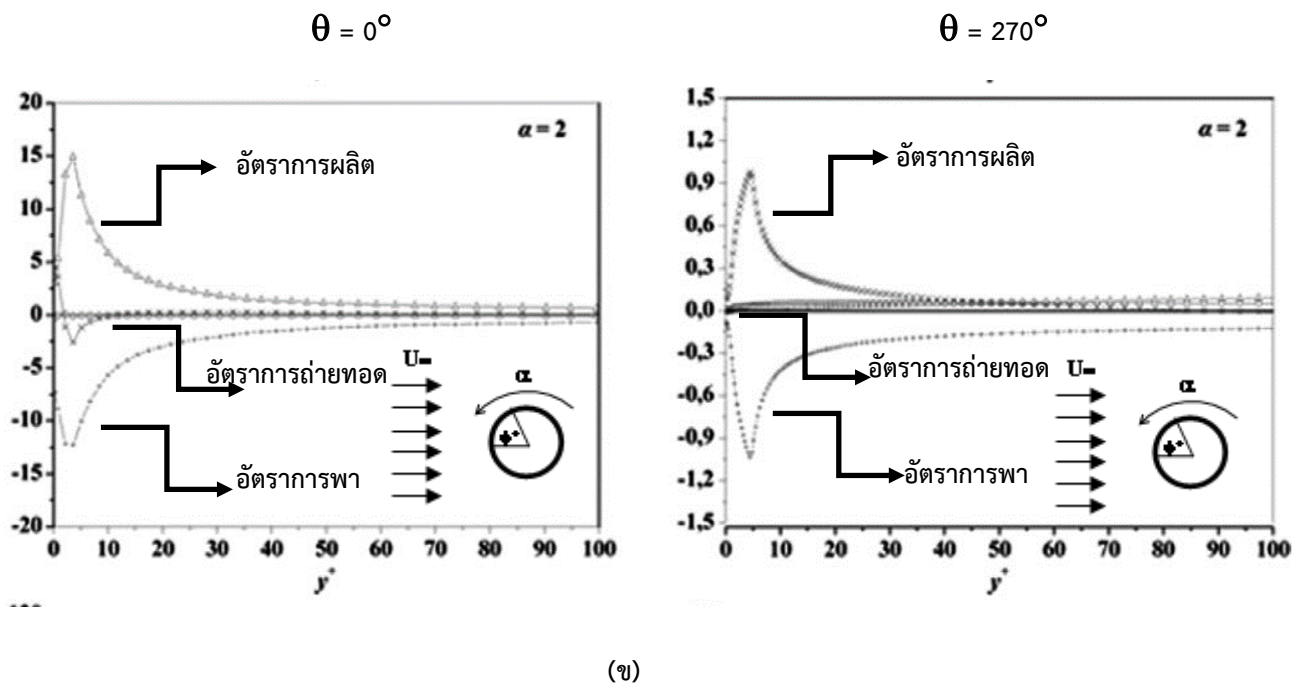
High Reynolds k- ϵ model (Karabelas *et al.*, 2012).

การวัดผลของสัมประสิทธิ์แรงที่เกิดขึ้นที่สภาวะเรย์โนลด์ 5×10^5 1×10^6 และ 5×10^6 ในสภาวะการหมุนไร้หน่วยสูงสุด ที่ 8 ได้แสดงดังภาพที่ 2.4 (ก) – (ค) ได้แสดงถึงแนวโน้มที่เป็นประโยชน์ในการสร้างแรงขับเคลื่อนจากแรงยกและแรงต้าน เมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยที่มากขึ้นมีผลให้เกิดแรงยกที่เพิ่มมากขึ้นและแรงต้านยังคงอยู่ในสภาพที่ไม่สูง โดยผลของสภาวะเรย์โนลด์ในช่วงดังกล่าวยังถือว่าไม่มีความแตกต่างอย่างชัดเจน

นอกจากนี้การใช้สมการผนังเข้าร่วมวิเคราะห์นั้น มีความน่าเชื่อถือเนื่องจากผลของการพิจารณาอัตราการก่อกำเนิดพลังงานการไหลปั่นป่วน (turbulent kinetic energy budget) ได้พบว่าการแปรเปลี่ยนไปตามระยะห่างตั้งฉากจากผนังไร้หน่วย (y^+) การศึกษาเชิงคำนวณของการไหลปั่นป่วนจำเป็นต้องทำการวิเคราะห์ผลการคำนวณของฟลักซ์การไหลที่เกี่ยวข้องที่ปริมาตรการคำนวณใกล้เคียง ภาพที่ 2.4 ได้แสดงซึ่งอัตราสูงสุดอยู่ในบริเวณเลเยอร์ความหนืดก่อนสมบูรณ์ที่ระยะห่างตั้งฉากจากผนังไร้หน่วย $y^+ < 30$



(ก)

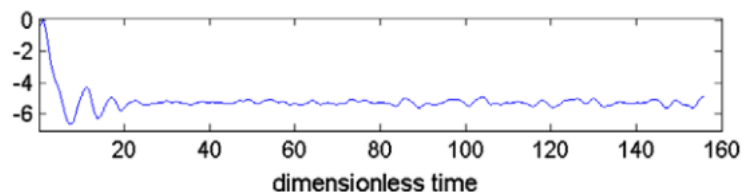
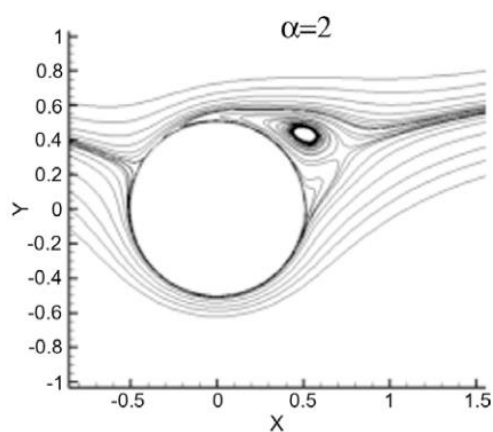
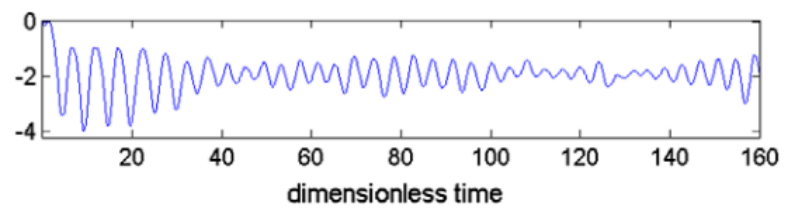
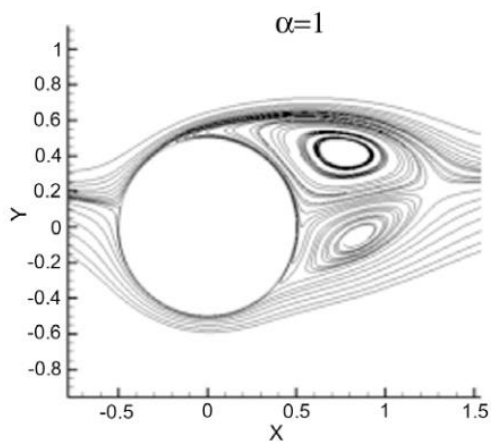
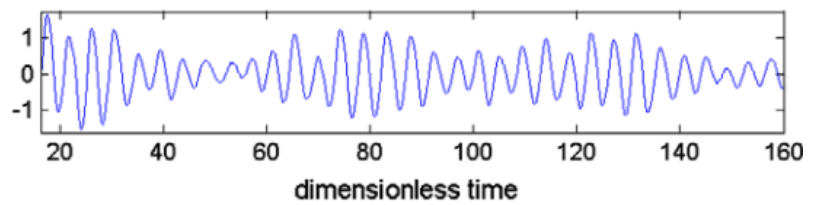
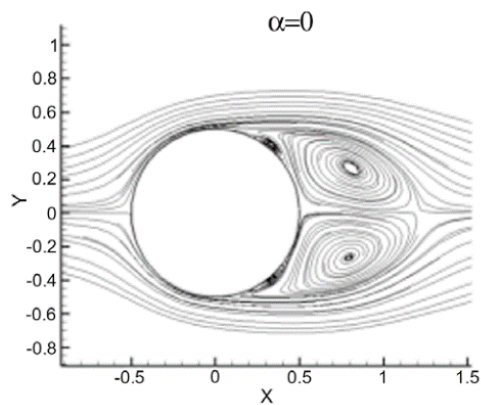


ภาพที่ 2.4 อัตราการผลิตพลังงานการไหลปั่นป่วนใกล้แปรรูปเปลี่ยนตามระยะห่างตั้งฉากจากผนัง สภาวะทรงกระบอก (ก) หยุตนี้ และ (ข) ที่อัตราหมุนไร้หน่วยที่ 2

สำหรับผลการวิเคราะห์การไหลปั่นป่วนของ Karabelas (2010) ด้วยวิธี LES นั้น เป็นการยืนยันว่าสภาพการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงนี้ สนามการไหลได้แสดงเป็นการไหลแบบไม่คงตัว ก่อให้เกิดลมวนที่บริเวณด้านหลังทรงกระบอก อีกทั้งสภาพสายธารการไหลมีการเปลี่ยนแปลงตามอัตราหมุนไร้หน่วยซึ่งมีผลทำให้เกิดขนาดของแรงทางพลศาสตร์ที่แตกต่างกันไป ดังภาพที่ 2.5

เส้นสายธารการไหล

ขนาดสัมประสิทธิ์แรงยก



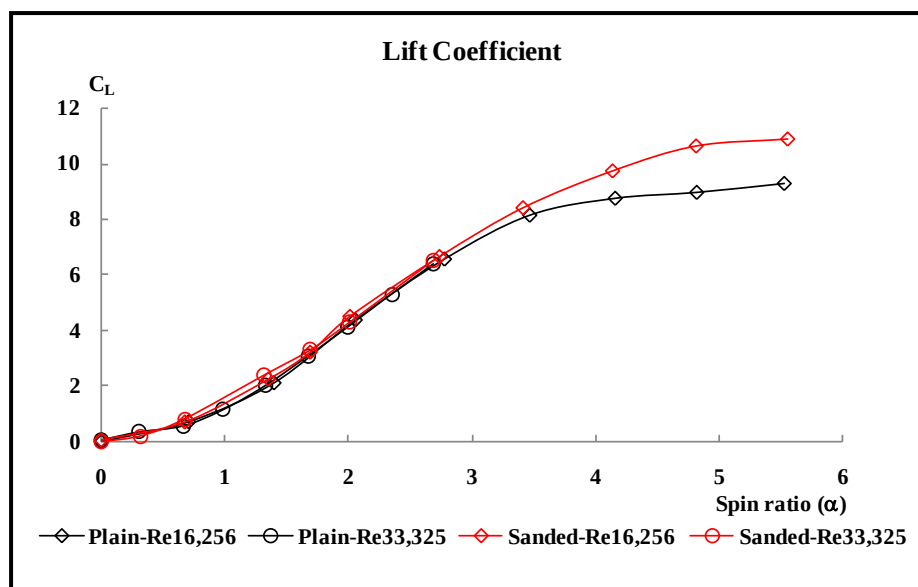
ภาพที่ 2.5 ผลการวิเคราะห์ด้วย LES ที่สภาวะเรย์โนลด์ 140,000 (ซ้าย) ค่าเฉลี่ยตามเวลาของเส้นสายธารการไหล และ (ขวา) ขนาดสัมประสิทธิ์แรงยกแต่ละชั่วขณะ

2.4 งานวิจัยด้านของไหลผ่านทรงกระบอกผิวเขาร่องหรือขรุขระ

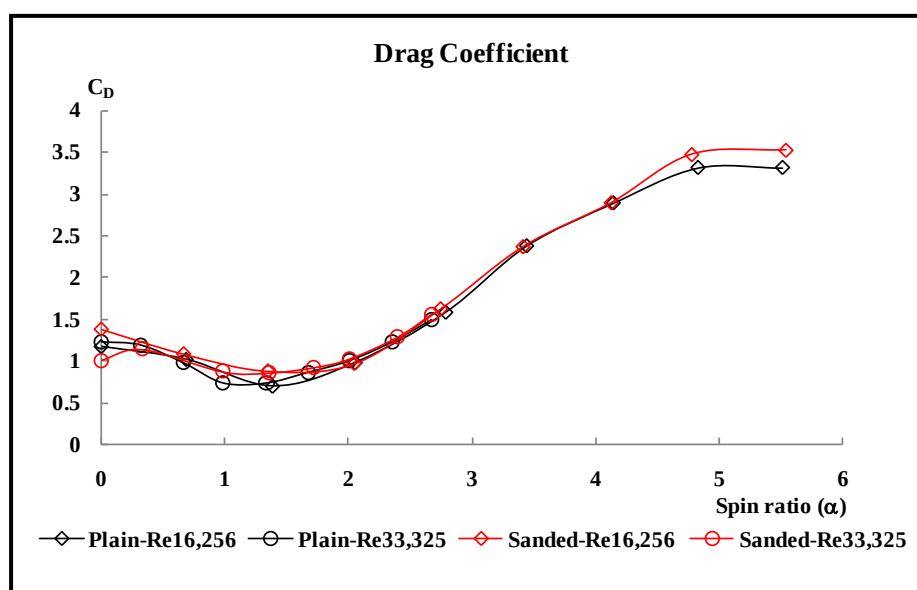
ลักษณะการไหลผ่านของของไหลผ่านทรงกระบอกที่มีผิวที่หยาบหรือขรุขระมีผลทำให้เลเยอร์การไหลที่ผนังมีการเปลี่ยนแปลง โดยมีผลต่อการเพิ่มขนาดของความเค้นเฉือนและพลังงานการไหลปั่นป่วนที่เกิดขึ้น ผลของการเปลี่ยนแปลงเลเยอร์ก่อให้เกิดการแยกตัวของกระแสวนขนาดเล็กจากผนังที่เกิดขึ้นที่เร็วกว่ากรณีไหลผ่านผนังราบเรียบ โดยสามารถวิเคราะห์ตามตำแหน่ง azimuthal angle ของการแยกตัวจากด้านขอบหน้าของเส้นผ่านศูนย์กลางของทรงกระบอกได้

2.4.1 การไหลผ่านผนังที่มีความหยาบ

Thom (1925) ได้ทำการวิเคราะห์การไหลผ่านทรงกระบอกที่มีผนังที่ถูกเคลือบผิวด้วยเมล็ดทราย (sanded surface) โดยเปรียบเทียบกับผนังเรียบ (plain surface) โดยได้ทำการทดสอบลักษณะทรงกระบอกที่มีสัดส่วนระหว่างความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางที่ 8.1 โดยการไหลของของไหลอยู่ที่สภาวะเรย์โนลด์ 16,256 และ 33,325 ผลการทดลองพบว่าการทดลองด้วยทรงกระบอกที่มีผิวหยาบได้เพิ่มขนาดแรงเนื่องจากอากาศพลศาสตร์ขึ้น โดยเฉพาะการทดลองในช่วงเรย์โนลด์ที่ต่ำอันเนื่องมาจากผิวหยาบก่อให้เกิดการเร่งการปรับเปลี่ยนเลเยอร์การไหลจากราบเรียบสู่ปั่นป่วนเร็วขึ้นอีกทั้งที่อัตราการหมุนไร้นิยามที่มากกว่า 4 ได้แสดงถึงระดับการเปลี่ยนแปลงที่เพิ่มขึ้นที่ชัดเจนมากขึ้นซึ่งสามารถตั้งสมมติฐานถึงตำแหน่งลักษณะเลเยอร์ที่ผนังและกระแสวนที่มีการเปลี่ยนแปลงได้สำหรับขนาดของสัมประสิทธิ์แรงกระทำพลศาสตร์ในองค์ประกอบแรงยกและแรงต้านแสดงดังภาพที่



(ก)

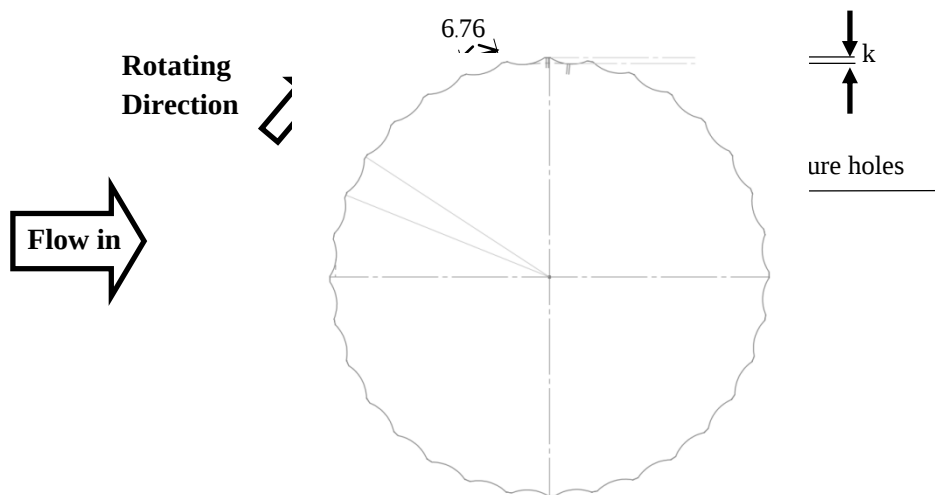


(ข)

ภาพที่ 2.6 ผลของผิวหยาบขรุขระเนื่องจากการเคลือบผิวด้วยเม็ดทราย (Thom, 1925).

2.4.2 การไหลผ่านผนังที่มีการเจาะรูเล็กตลอดแกนลิก

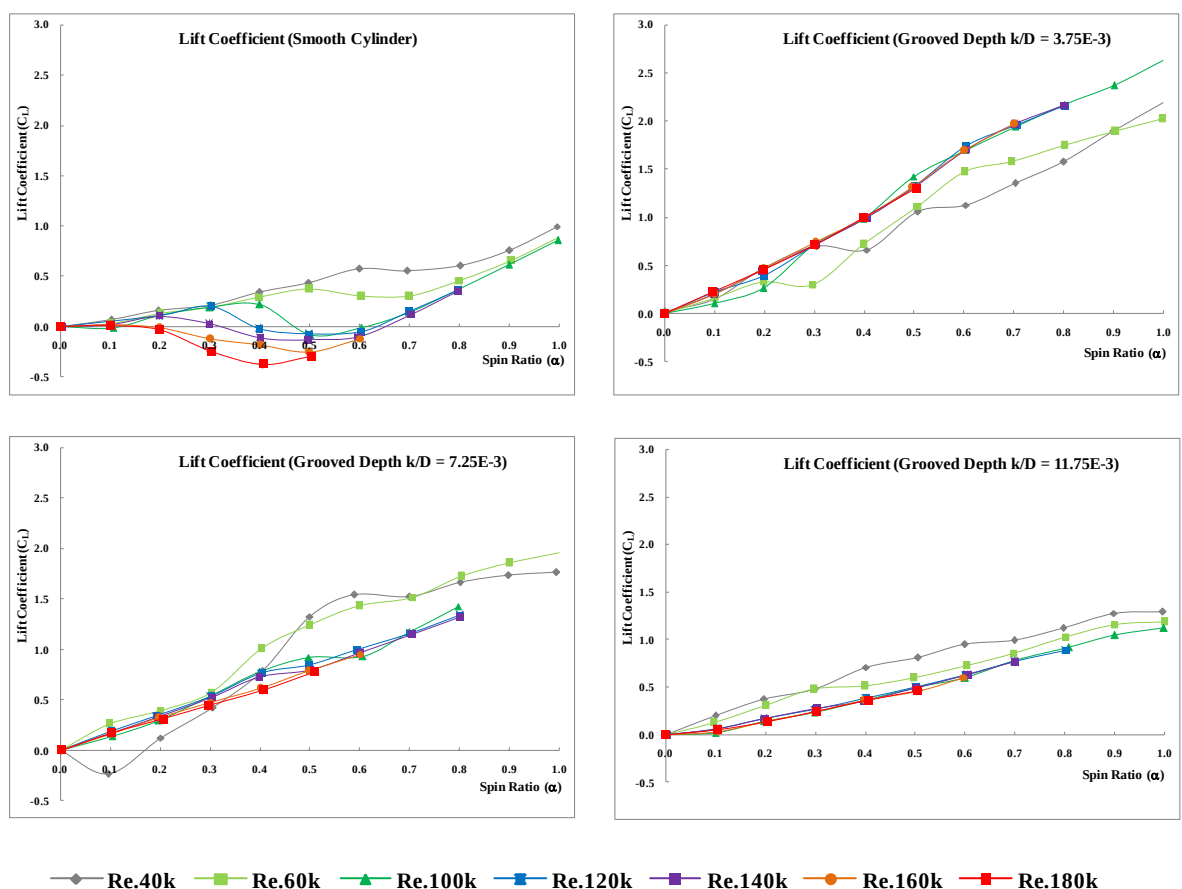
Takayama and Aoki (2005) ได้ทำการศึกษาเชิงทดลองโดยมีการออกแบบให้ผนังทรงกระบอกมีรูลักษณะอักษร U ซึ่งมีสัดส่วนระหว่างความสูงจากยอดถึงท้องรูตัว U (k หน่วย) เทียบกับขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง (D หน่วย) โดยสัดส่วนดังกล่าวอยู่ในรูป k/D ที่มีขนาดที่ 3.75×10^{-3} , 7.25×10^{-3} และ 11.75×10^{-3} แบบโครงสร้างดังภาพที่ 2.7 การทดลองได้พิจารณาที่สภาวะเรย์โนลด์จาก 40,000 ถึง 180,000 และมีการเปลี่ยนแปลงอัตราการหมุนไร้หน่วยจากสภาวะหยุดนิ่งสู่การหมุนไร้หน่วยที่ 1



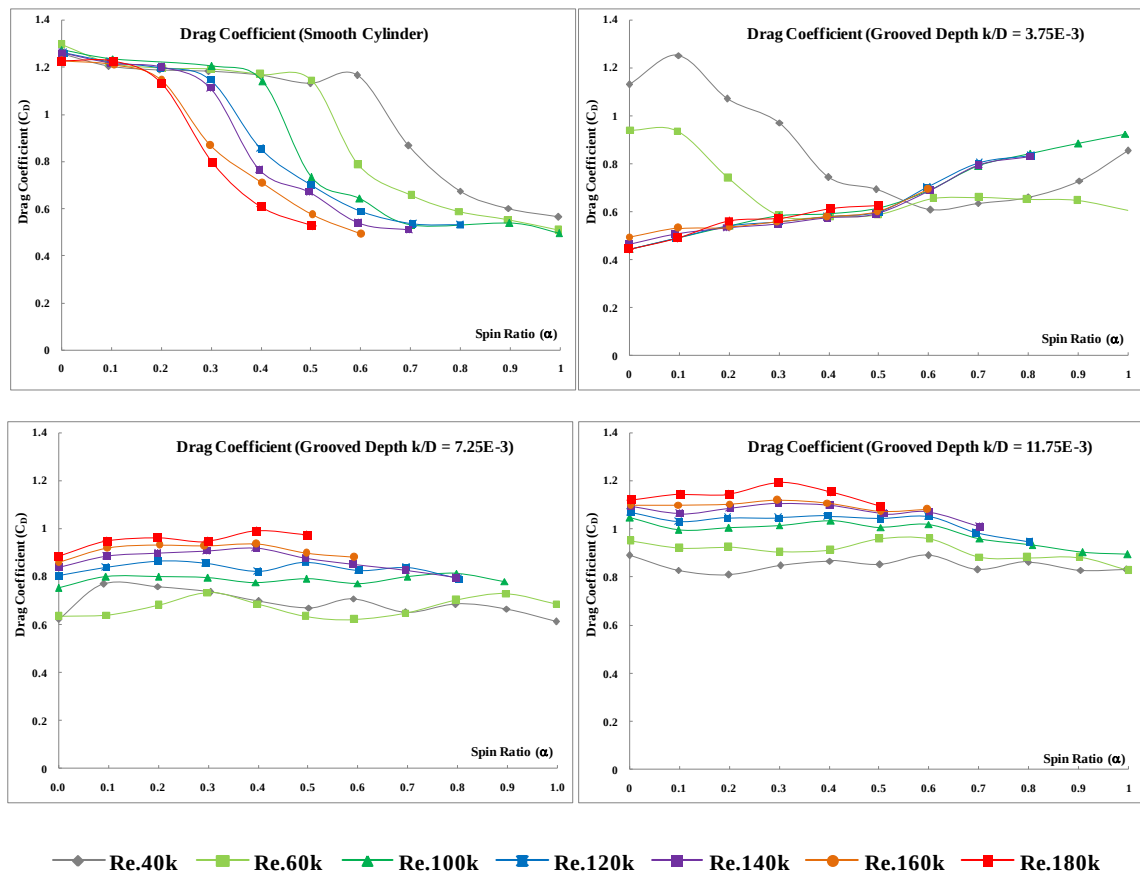
ภาพที่ 2.7 ลักษณะหน้าตัดทรงกระบอกเจาะรูตัวยูตลอดแนวลิก (Takayama and Aoki, 2005).

ภาพที่ 2.8 ได้แสดงผลการทดลองที่ชัดเจน คือ ช่วงเปลี่ยนแปลงสภาพการไหลจากราบเรียบสู่การไหลปั่นป่วนของผลของสัมประสิทธิ์แรงยกที่อัตราการหมุนไร้หน่วยช่วง 0.2 – 0.6 ของผิวทรงกระบอกเจาะรูตัวยูจะมีแนวโน้มเพิ่มขึ้นโดยแปรผันโดยตรงกับอัตราการหมุนไร้หน่วย ซึ่งมีความแตกต่างกับผิวราบเรียบที่สัมประสิทธิ์แรงยกมีการลดลงและเพิ่มขึ้นอีกครั้งเนื่องจากเลเยอร์การไหลอยู่ในช่วงปรับตัว อีกทั้งเมื่อเปรียบเทียบกันระหว่างขนาดความลึกของรู พบว่า อัตราการเพิ่มขึ้นของสัมประสิทธิ์แรงยกแปรผันตามอัตราการหมุนไร้หน่วยมีขนาดที่มากสำหรับขนาดรูความลึกที่ตื้นกว่า

เมื่อพิจารณาขนาดสัมประสิทธิ์แรงต้านที่เกิดขึ้นสำหรับความลึกของการเซาะร่องที่เกิดขึ้น อัตราการหมุนไร้หน่วยไม่มีผลต่อขนาดสัมประสิทธิ์แรงต้านในการทดลองที่การเซาะร่องที่ลึกปานกลาง (7.25×10^{-3}) และลึกมาก (11.75×10^{-3}) อีกทั้งการเพิ่มขึ้นของสภาวะเรย์โนลด์ทำให้ขนาดสัมประสิทธิ์แรงต้านเพิ่มขึ้นตามเมื่อเปรียบเทียบกับแต่ละอัตราการหมุนไร้หน่วย อย่างไรก็ตามเมื่อพิจารณาผลของผิวที่เรียบกับความลึกของร่องที่ลึกต่ำ (3.75×10^{-3}) แนวโน้มในช่วงอัตราการหมุนสูงกว่า 0.2 มีผลต่อการลดลงของสัมประสิทธิ์แรงยกสำหรับผิวเรียบทุกสภาวะเรย์โนลด์และเซาะร่องลึกต่ำที่สภาวะเรย์โนลด์ระหว่าง 40,000 ถึง 60,000 โดยวรรณกรรมนี้เป็นที่น่าสนใจในการวิเคราะห์รายละเอียดเชิงกายภาพอื่นที่เกี่ยวข้องนอกเหนือจากผลของแรง จากข้อจำกัดด้านเครื่องมือวัดเพื่อวัดความดันหรือแรงเฉือนของผนังเซาะร่อง จำเป็นที่ศึกษาโดยการวิเคราะห์เชิงคำนวณของของไหลพลศาสตร์ที่กำหนดเงื่อนไขขอบที่ผนังหยุดนิ่งและพิจารณาร่วมกับปริมาตรการคำนวณที่เคลื่อนที่หมุนรอบผนังเพื่อแสดงถึงผนังเซาะร่องมีขนาดการหมุนไร้หน่วยสัมพันธ์สอดคล้องกันกับการทดลองต่อไป



(ก)



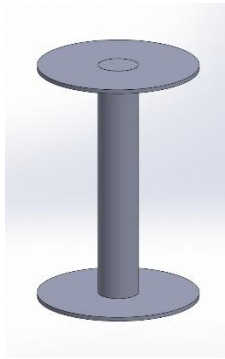
(ข)

ภาพที่ 2.8 ผลของลักษณะความลึกของร่องตัวยู (ก) สัมประสิทธิ์แรงยก และ (ข) สัมประสิทธิ์แรงต้านที่แต่ละอัตราการหมุนไร้หน่วยและสภาวะเรย์โนลด์ (Takayama and Aoki, 2005)

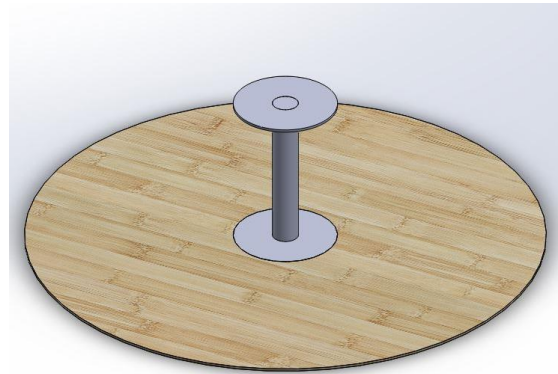
2.5 งานวิจัยด้านของไหลผ่านรูปทรงประกอบระหว่างทรงกระบอกกับรูปทรงอื่น

งานวิจัยของ Craft *et al.* (2012) ได้ทำการศึกษาเชิงคำนวณของของไหลผ่านทรงกระบอก ประกอบกับดิสก์ที่ปลายของทรงกระบอก ในสภาวะเรย์โนลด์ที่ 140,000 800,000 และ 1,000,000 ดังภาพที่ 2.9 (ก) และ (ข) โดยได้ใช้แบบจำลองการไหลปั่นป่วน U-RANs แบบ high $k-\epsilon$ Re โดยประกอบด้วยเทอม linear eddy viscosity model สำหรับขนาดความเค้นเรย์โนลด์ที่เกิดขึ้น นอกจากนี้ยังได้มีการใช้สมการที่ผนังแบบ Analytic Wall Function (Gerasimov, 2003) เพื่อลดปัญหาการบิดตัวของความเร็ว (skewness effect) ที่เมื่อดิสก์เคลื่อนที่แบบหมุนจะเกิดผลของความเร่งสู่ศูนย์กลางของสนามความเร็วของของไหลประกอบกับความเร็วในแนวสัมผัสขึ้น โดยได้มีการเทียบผลการศึกษากับการทดลองของ Clayton (1985) ซึ่งลักษณะการติดตั้งทรงกระบอก

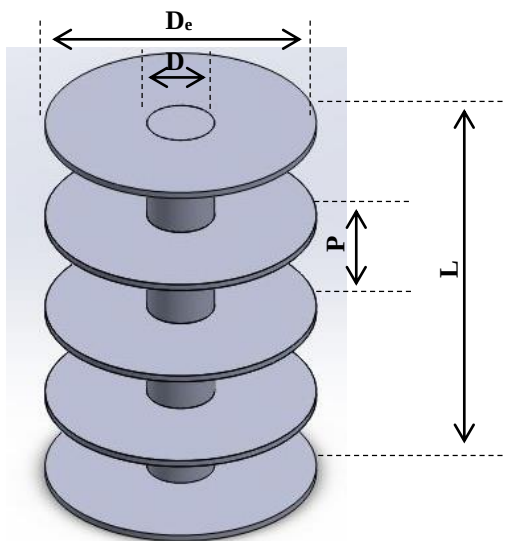
ประกอบดิสก์ติดตั้งอยู่บนพื้นดังภาพที่ 2.9(ข) ทำให้การวิเคราะห์เชิงคำนวณจำเป็นต้องพิจารณาผลของแรงเสียดทานที่ฐานนั้น



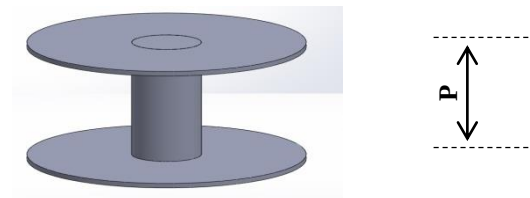
(ก)



(ข)



(ค)

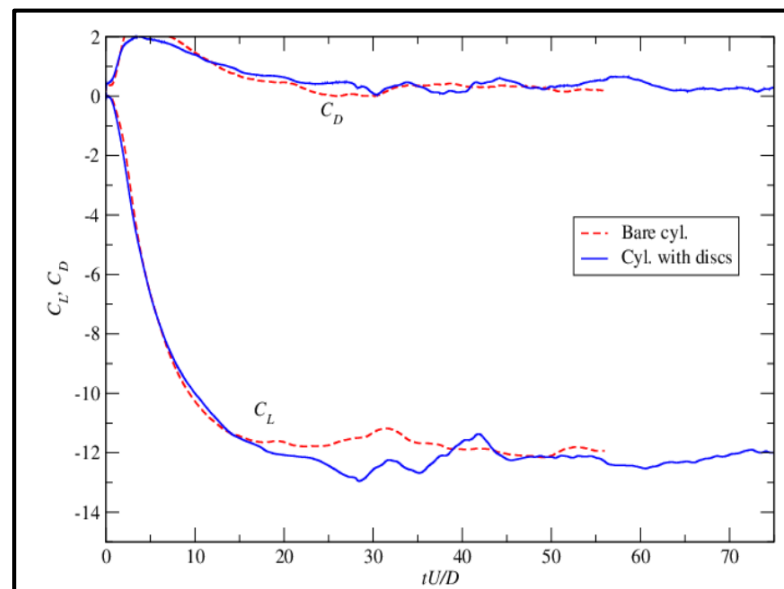


(ง)

ภาพที่ 2.9 รูปทรงประกอบระหว่างทรงกระบอกกับดิสก์ (ก) ดิสก์ที่ปลายทรงกระบอกที่สูง (ข) ดิสก์ที่ปลายทรงกระบอกที่สูงบนพื้น (ค) ดิสก์ตลอดแนวทรงกระบอก และ (ง) ช่วงพิชระหว่างดิสก์ตลอดความแนว

เมื่อได้ทำการวัดขนาดของสัมประสิทธิ์โมเมนต์ของการติดตั้งดิสก์เส้นผ่านศูนย์กลาง 2D ของทรงกระบอกขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง D หน่วยที่สภาวะการหมุนไร้หน่วยที่ 5 จะมีขนาดมากกว่า 8 เท่าของการหมุนของทรงกระบอกเปล่า ทำให้ในกระบวนการใช้งานจริงนั้นจำเป็นต้องใช้พลังงานในการขับเคลื่อนที่เพิ่มขึ้น แต่การติดตั้งดิสก์ที่ปลายทรงกระบอกนั้นจะส่งประโยชน์ในจัดปัญหาแนว

กระแสน้ำที่มีการก่อเกิดที่ปลายทรงกระบอก (tip vortices) ได้ อีกทั้งหากการหมุนของทรงกระบอก ติดตั้งดิสก์ที่ปลายหมุนที่ความเร็วไร้หน่วยเกินกว่า 4 จะเกิดปรากฏการณ์ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านที่เป็นลบทำให้ช่วยสนับสนุนการเคลื่อนที่ไปข้างหน้าของพาหนะ การเกิดค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านที่เป็นลบ นั้นมีผลเนื่องจากการกระจายตัวของความดันรอบผนังตามเส้นรอบวงตลอดผิวข้างพบบริเวณวิกฤติ ของตำแหน่งความดันตกกระทบบที่สูงที่บริเวณด้านหลัง (The Stagnation point) ของทรงกระบอก ประกอบดิสก์ขึ้น



ภาพที่ 2.10 ขนาดสัมประสิทธิ์แรงต้านและแรงยกตามเวลา ของทรงกระบอกติดตั้งดิสก์ ที่อัตราหมุนไร้หน่วยที่ 5 และสถานะเรย์โนลด์ 1000000 (Tim J. Craft *et al.*, 2012).

ด้วยเทคนิคการวิเคราะห์อากาศพลศาสตร์สมัยใหม่ในการลดพื้นที่การคำนวณของรูปทรงกระบอกที่มีการติดตั้งดิสก์ตลอดแนว ดังภาพที่ 2.9 (ค) ซึ่งเป็นรูปทรงตามการทดลองของ Thom (1934) การวิเคราะห์สามารถสรุปโดยใช้เงื่อนไขขอบแบบคาบ (periodic boundary condition) ได้ตามภาพที่ 2.9(ง) โดย Ruchayosyothin (2019) ได้ทำการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนบนพื้นฐานของ U-RANS ซึ่งได้ผลการทดสอบที่สอดคล้องกับการทดลองเป็นอย่างดี ผลลัพธ์ที่ได้จากการติดตั้งดิสก์ตลอดแนวนั้นทำให้ได้แรงยกที่มากขึ้นเมื่อรูปทรงมีการหมุนอันเนื่องมาจากขนาดเส้น

ผ่านศูนย์กลางที่มากขึ้นของดิสก์จะส่งเสริมความเร็วในแนวสัมผัสของของไหลผ่านรูปทรงทำให้การกระจายตัวของความดันมีช่วงความแตกต่างที่มากขึ้นระหว่างแรงในแนวยก

อย่างไรก็ตามผลของความกว้างระหว่างช่วงดิสก์ (pitch : P) เป็นผลมาจากจำนวนดิสก์ที่ติดตั้ง หากจำนวนดิสก์มีจำนวนที่มากก็จะทำให้ช่วงระยะระหว่างดิสก์มีช่องว่างที่สั้น แต่ความเร็วของการไหลผ่านจะมีขนาดที่มากทำให้ได้แรงขับเคลื่อนมากขึ้นตาม

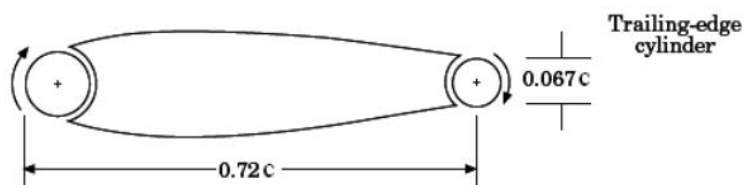
สำหรับงานวิจัยของ Badalamenti (2010) ที่เกี่ยวข้องกับการประยุกต์ใช้รูปทรงประกอบกับพื้นฐานทรงกระบอกเพื่อใช้เป็นปีกของอากาศยานขนาดเล็กไร้คนขับ (Unman Micro Air Vehicle) โดยรูปทรงของปีกเครื่องบินทรงกระบอกจะมีความยาวอยู่ที่ 200 มิลลิเมตร เส้นผ่านศูนย์กลางขนาด 40 มิลลิเมตร ดังภาพที่ 2.11(ก) –(ค) โดยได้ทำการทดลองในอุโมงค์ลม โดยงานทดลองนี้ให้ผลลัพธ์ของความสัมพันธ์ระหว่างสัมประสิทธิ์แรงต้านเพิ่มขึ้นตามสัมประสิทธิ์แรงยกกำลังสอง และผลของการประกอบรูปทรงอื่นเข้ากับทรงกระบอกทำให้สัดส่วนระหว่างแรงยกต่อแรงต้านเพิ่มขึ้นประมาณ 1.5 เท่า ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยมากกว่า 2 ดังภาพที่ 2.12 และสามารถวัดค่าความถี่ไร้หน่วย (The Strouhal number ที่คงที่ประมาณ 0.25 ที่สภาวะเรย์โนลด์ 214,000



(ก)

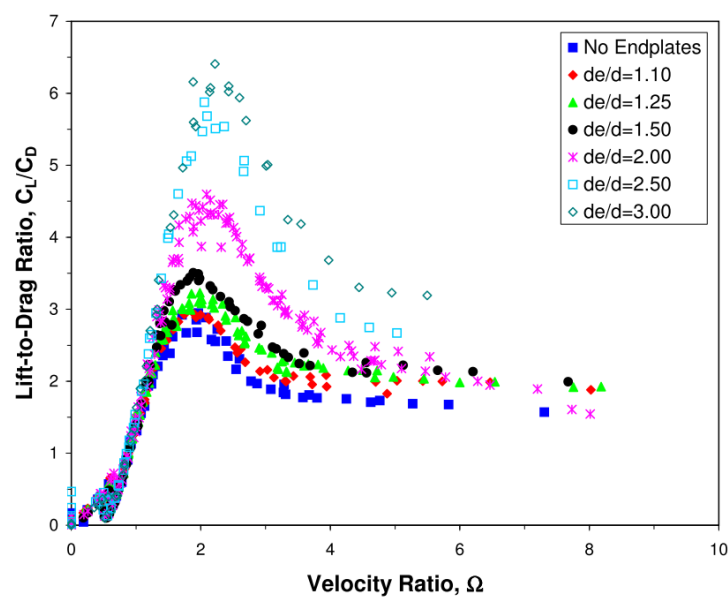


(ข)



(ค)

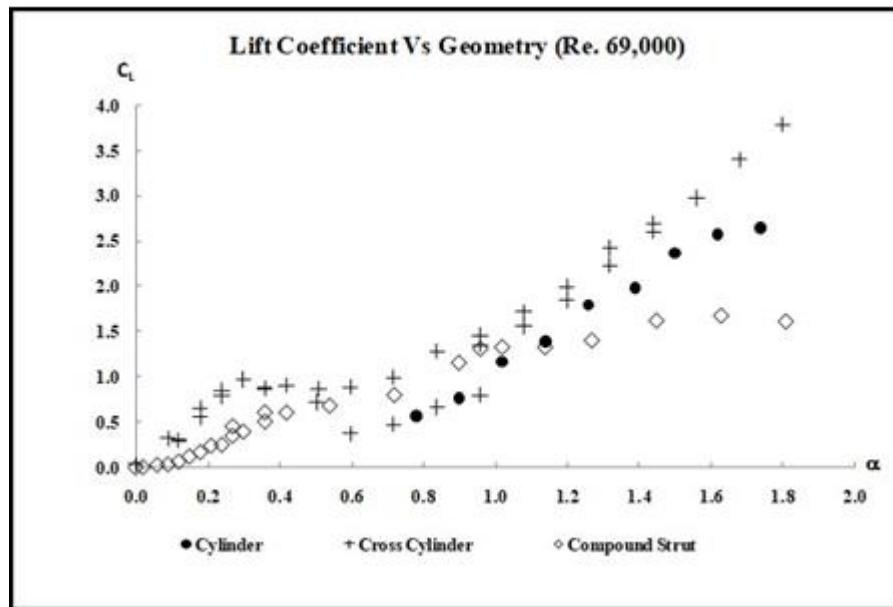
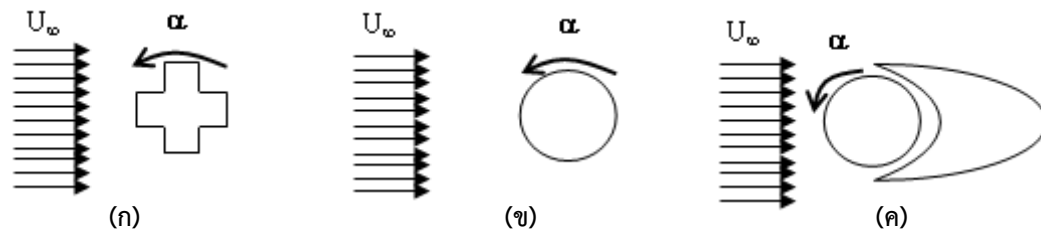
ภาพที่ 2.11 การติดตั้งปีกเครื่องบินพื้นฐานทรงกระบอกประกอบกับรูปทรง (ก) ปลายดิสก์ (ข) ปลายใบพัด และ (ค) แผนอากาศ ของอากาศยานขนาดเล็ก (Badalamenti, 2010).



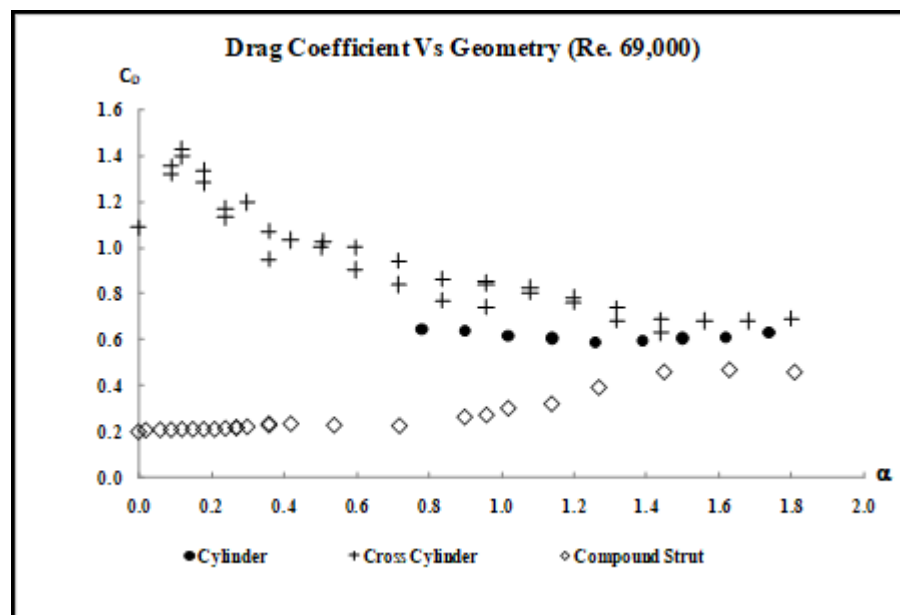
ภาพที่ 2.12 ผลของอัตราหมุนไร้หน่วยต่ออัตราส่วนแรงยกต่อต้าน ที่แต่ละขนาดของดิสก์ ในสภาวะเรย์โนลด์ 40,000 (Badalamenti, 2010).

2.6 งานวิจัยด้านของไหลผ่านรูปทรงกระบอกหน้าตัดอื่น

งานวิจัยที่อาศัยความรู้พื้นฐานทรงกระบอกที่หมุนยังสามารถขยายผลสู่การไหลผ่านรูปทรงอื่นๆ ต่อไปได้ เช่น ทรงกระบอกหน้าตัดวงรี (Naik, Vengadesan and Prakash, 2017) ทรงกระบอกหน้าตัดกากบาทของ Thom (1934) ในกรณีของหน้าตัดทรงกากบาทจากภาพที่ 2.13 (ก) เมื่อเปรียบเทียบกับรูปพื้นฐานทรงกระบอกอื่นในภาพที่ 2.13 (ข) และ (ค) ผลการเปรียบเทียบแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นตามภาพที่ 2.13 (ง) และ (จ) พบว่าเมื่อวัตถุที่มีรูปทรงสมมาตรกันในแนวตั้งและมีการหมุนเกิดขึ้นส่งผลต่อการเพิ่มขึ้นของค่าสัมประสิทธิ์แรงยก (lift coefficient) โดยผลการหมุนของรูปทรงกระบอกและทรงกากบาทเกิดผลลัพธ์ที่ให้ค่าเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในขณะที่รูปทรงประกอบกันระหว่างทรงกระบอกกับแพนอากาศจะเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในช่วงการหมุนไร้หน่วยที่ต่ำและจะเริ่มคงที่ขึ้นเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยถึง 1.4 ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้าน (drag coefficient) ของทรงกระบอกและทรงกากบาทจะลดลงจนกระทั่งอัตราการหมุนไร้หน่วยประมาณ 1.3 และ 1.4 ตามลำดับ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการหมุนของรูปทรงกระบอกและทรงกากบาทเป็นการสร้างผลลัพธ์ที่เป็นประโยชน์ทางด้านแรงของอากาศพลศาสตร์เป็นอย่างดีเนื่องจากว่าส่งผลให้เกิดแรงยกที่เพิ่มขึ้นและลดแรงต้านลง ในขณะที่ทรงประกอบนั้นให้ค่าแรงยกที่มากขึ้นแต่เพิ่มแรงต้านขึ้นเล็กน้อยซึ่งสามารถนำลักษณะการหมุนของรูปทรงนี้ไปประยุกต์ใช้งานได้บางช่วง



(ง)



(จ)

ภาพที่ 2.13 การทดลองของ Thom (1934) โดยพิจารณาอากาศไหลผ่านวัตถุทรง (ก) กระบอก (ข) กากบาท และ (ค) กระบอกประกอบแพนอากาศ และผลของสัมประสิทธิ์แรง (ง) ยก และ (จ) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์

69,000

อย่างไรก็ตามการศึกษาถึงสาเหตุของแนวโน้มของแรงอันเนื่องมาจากอากาศพลศาสตร์จะมีความเกี่ยวข้องกับลักษณะขอบเขตเลเยอร์บริเวณ viscous sub-layer ของฟิล์มของของไหลบริเวณที่ผิววัตถุและมีรูปแบบการกระจายตัวของความดันรอบผิววัตถุที่ตำแหน่งที่มีค่าความดันสูงสุดและต่ำสุดก่อให้เกิดขนาดแรงยกและแรงต้านที่แตกต่างกันไปตามข้อมูลการศึกษาเชิงคำนวณของการไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกใน 3 มิติในช่วงค่าเรย์โนลด์ที่สูง (Ruchayosyothin, 2019)

บทที่ 3

ระเบียบวิธีเชิงตัวเลข

วัตถุประสงค์ของรายงานวิจัยบทนี้เพื่อแสดงถึงวิธีทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาในการให้ได้มาซึ่งคำตอบ เป็นที่ทราบดีว่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์ของไหลพลศาสตร์ที่สถานะเรียโนลด์ที่สูงมีสถานะปั่นป่วนจึงมีการใช้แบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ประกอบด้วยหลายพฤติกรรมรวมเข้าด้วยกันทำให้เกิดสมการอนุพันธ์ในระดับที่สูง อีกทั้งโครงสร้างพื้นที่การคำนวณนั้นมีความซับซ้อนมากเนื่องจากรูปทรงของทรงกระบอกที่เป็นวัตถุขวางการไหลผ่านของไหล โดยพื้นที่การคำนวณนี้มีรูปร่างในสามมิติซึ่งทำให้การวิเคราะห์เชิงตัวเลขอาจไม่ได้รับคำตอบ โดยการประมวลผลอาจมีความคลาดเคลื่อนสูงก่อให้เกิดการลู่ออกของผลเฉลยหากมีการกำหนดวิธีการที่ไม่เหมาะสม โดยเนื้อหาในบทนี้จะแสดงถึงระเบียบวิธีทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง 3 ส่วน คือ พื้นที่ย่อยการคำนวณ (grid generation) การประมาณการอนุพันธ์โดยวิธีผลต่าง (discretization) และการกำหนดเงื่อนไขขอบการคำนวณ (boundary condition)

3.1 โปรแกรมสำหรับวิเคราะห์ปัญหาของไหลพลศาสตร์ (Computational Fluid Dynamic Program)

ในการศึกษาเชิงคำนวณนี้ได้ใช้โปรแกรมเพื่อการวิเคราะห์ของไหลพลศาสตร์ COMSOL Multiphysics 5.6 ภายใต้การใช้งานโมดูล CFD (COMSOL Multiphysics, 2018) ซึ่งเป็นโปรแกรมทางการค้า License code อ้างอิง คือ Comsol-server ac1f6baca126 1718 จึงสามารถเผยแพร่รายงานวิจัยได้ ลักษณะโปรแกรมสามารถดำเนินการใช้โดยติดตั้งบนระบบปฏิบัติการ Linux - Ubuntu Desktop 18.04 โดยการดำเนินการเพื่อป้อนคำสั่งบนหน้าต่าง นอกจากนี้รูปแบบที่ใช้ในการวิเคราะห์แบบจำลองการไหลพลศาสตร์นี้เป็นแบบการสร้างการประมาณการอนุพันธ์เชิงแบบโครงสร้างรูปทรงย่อยสำหรับคำนวณ (finite element discretization scheme) ซึ่งเหมาะสมกับการประมาณการฟลักซ์ในพื้นที่ที่เกิดจากการฟังก์ชันถ่วงน้ำหนักหรือแบบเส้นตรงของระยะห่างระหว่างจุดวิเคราะห์ที่ล้อมรอบโครงสร้างย่อยสำหรับคำนวณนั้น จึงทำให้รูปแบบการวิเคราะห์นี้มีความเหมาะสมกับพื้นที่

ย่อยการคำนวณที่มีลักษณะแบบโครงสร้างชัดเจน (structured mesh) โดยผลการวิเคราะห์ของปัญหาที่วิเคราะห์มีความแม่นยำที่ยอมรับได้ (Dick, 2009)

3.2 พื้นที่และรูปทรงการคำนวณ (Computational Domain and Geometry)

เป็นที่ทราบดีว่าการกำหนดรูปร่างพื้นที่คำนวณของไหลพลศาสตร์หรือขนาดแต่ละปริมาตรการวิเคราะห์ (mesh) ที่เหมาะสมมีส่วนสำคัญในการได้มาซึ่งผลลัพธ์ที่แม่นยำขึ้นและได้รับการการรู้เข้าของผลเฉลยรวดเร็วขึ้น เช่น บริเวณที่พฤติกรรมการไหลเป็นแบบเปลี่ยนแปลงทันทีทันใดระหว่างปริมาตรคำนวณนั้นควรมีการใช้โครงสร้างย่อยการคำนวณขนาดเล็กเพื่อเพิ่มประสิทธิภาพการประมาณค่าของสมการอนุพันธ์ อย่างไรก็ตามหากกำหนดหรือสร้างโครงสร้างการคำนวณโดยมีขนาดปริมาตรการคำนวณที่มีขนาดเล็กเกินไปจะส่งผลให้สิ้นเปลืองทรัพยากรในการประมวลผลโดยประโยชน์ขึ้นได้

ในการศึกษาเชิงคำนวณนี้ได้ทำการวิเคราะห์รูปทรงการคำนวณแบบ structured-type mesh ซึ่งมีลักษณะเป็นโครงสร้างที่ชัดเจน (structured grid) แบบจตุรมุข (ทรงสี่หน้า, tetrahedral structure) ในบริเวณการวิเคราะห์ที่ใกล้ผนังเพื่อให้สอดคล้องกับเลย์เออร์การไหลปั่นป่วนเต็มรูปแบบ อีกทั้งเป็นผลมาจากการไหลผ่านภายนอกผิวของวัตถุที่มีผิวโค้ง ซึ่งจะทำให้มีโอกาสได้รับการรู้เข้าของคำตอบได้ดีการสร้าง mesh นี้มีองค์ประกอบใน 3 มิติ ซึ่งมีการขึ้นรูปในระบบพิกัดคาร์ทีเซียน (x, y, z) ที่เกิดการปรับแกนจากพิกัดทรงกระบอก (r, θ, z) อันประกอบด้วยในแนวรัศมีจากจุดศูนย์กลางทรงกระบอก (r) ในแนวมุมทิศ (θ) และแนวเชิงลึก (z) ซึ่งการระบุจำนวนของโหนด (N) จะนำไปสู่การได้ขอบเขตการวิเคราะห์ของไหลพลศาสตร์ดังสมการ (3.1) ซึ่งพื้นที่ย่อยการวิเคราะห์มีขนาดคงที่ตลอดขอบเขตการวิเคราะห์

$$a_i = a_0 + (N_i - 1)d \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3.1)$$

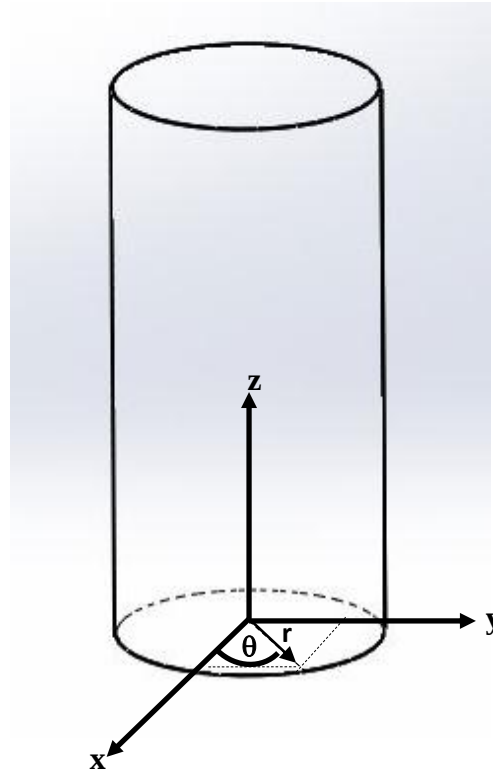
เมื่อ

a_i คือ องค์ประกอบในระบบพิกัดทรงกระบอก (r, θ, z)

a_0 คือ ตำแหน่งเริ่มต้นของแต่ละองค์ประกอบในระบบพิกัดทรงกระบอก (r, θ, z)

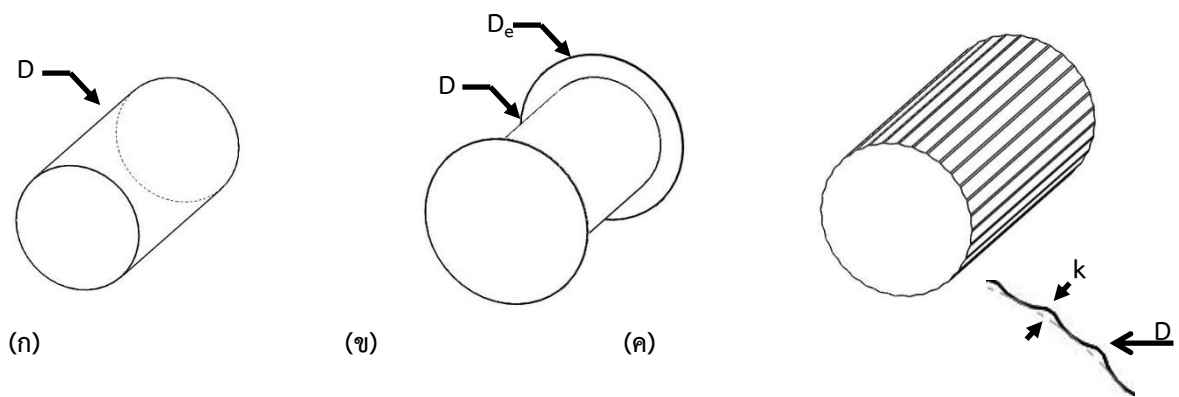
N_i และ N คือ หมายเลขโหนดและจำนวนของโหนดในแต่ละองค์ประกอบ

d คือ ขนาดการเพิ่มขึ้นระหว่างโหนด เมื่อ $d = \left[\frac{a_{\text{finish}} - a_{\text{initial}}}{N - 1} \right]$ หรือ $d = a_{i+1} - a_i$



ภาพที่ 3.1 ระบบพิกัดทรงกระบอกในระบบ 3 มิติ

สำหรับงานวิจัยนี้ได้ใช้รูปทรงตัวกลางพื้นฐานสี่ฐานทรงกระบอก 3 แบบ ได้แก่ ทรงกระบอกผนังเรียบ ทรงกระบอกที่ประกอบด้วยดิสก์ติดตั้งที่ด้านปลายทั้งสองของทรงกระบอกโดยมีอัตราส่วนเส้นผ่านศูนย์กลางของดิสก์เทียบกับทรงกระบอก ($De/D = 1.375$) และ ทรงกระบอกเจาะร่องที่มีอัตราส่วนความลึกร่อง (k) เทียบกับเส้นผ่านศูนย์กลาง (D) โดยวิเคราะห์ที่อัตราส่วนร่องต้น $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$ ตามลำดับ ทรงกระบอกทุกชนิดจะมีอัตราส่วนของขนาดความยาวต่อเส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอก (L/D , aspect ratio) อยู่ที่ 2.15 และเป็นการวิเคราะห์ในระนาบ 3 มิติ ดังภาพที่ 3.2



ภาพที่ 3.2 โครงสร้างที่อากาศไหลผ่านทรงกระบอกแบบ (ก) ผนังเรียบ (ข) ติดตั้งดักส์ $D_e/D = 1.375$ และ (ค) เซาะร่องขนาด $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$

เพื่อเป็นการลดทรัพยากรในการประมวลผล การลดจำนวนโหนดในการวิเคราะห์โดยให้ปริมาตรคำนวณมีขนาดเล็กเพื่อสามารถวิเคราะห์ผลของอนุภาคการไหลขนาดเล็กได้แม่นยำ จึงควรทำการปรับขนาดโครงสร้างย่อยการคำนวณใกล้เคียงให้มีขนาดเล็กและแผ่ขยายออกกว้างมากขึ้นเรื่อย ๆ ที่บริเวณไกลออกไปจนคงตัวที่ระยะไกลระดับหนึ่ง Kang et al., 2013 ได้กำหนดสมการที่ใช้ในการปรับขนาด mesh ให้ละเอียดหรือหยาบขึ้นโดยความกว้างแต่ละโหนดจะแปรเปลี่ยนไป โดยการปรับความละเอียดที่ผนังเพื่อลดอัตราการกระเด็นของฟลักซ์ ตามแนวรัศมีดังสมการที่ (3.2)

$$r(I) = r_i + (r_o - r_i) \left[\frac{(1 - \beta^{(I-1)})}{(1 - \beta^{(N_I-2)})} \right] \quad (3.2)$$

เมื่อ

- I คือ ตำแหน่งโหนดตลอดแนวรัศมีจากจุดศูนย์กลาง
- N_I คือ จำนวนโหนดที่กำหนดให้มีมากที่สุดแนวรัศมีจากจุดศูนย์กลาง
- r_i คือ รัศมีภายใน
- r_o คือ รัศมีภายนอก
- β คือ อัตราส่วนขยาย (expansion ratio)

อย่างไรก็ตามถึงแม้การกำหนด expansion ratio ที่สูงจะยิ่งทำให้ได้ระยะห่างในแนวตั้งฉากกับผิวทรงกระบอกไปยังโหนดที่หนึ่งจากผิวมีขนาดที่สั้นลง Bakker (2006) ได้แสดงข้อมูลที่สำคัญในการกำหนด expansion ratio ควรจะไม่ให้อัตราการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของระยะตามแนวตั้งฉากผิวทรงกระบอกเกินกว่า 20% เพราะจะทำให้ไม่ได้รับการลู่อเข้าของคำตอบได้

ในงานวิจัยนี้มีความเกี่ยวข้องกับสมการการไหลแบบปั่นป่วนซึ่งมีเงื่อนไขการใช้งานที่เหมาะสมที่ขึ้นอยู่กับระยะห่างไร้นหน่วยในแนวตั้งฉากกับผิวทรงกระบอก (r^+ แต่ในงานวิจัยนี้ขอระบุเป็น y^+) โดย y^+ ที่เหมาะสมจะเป็นตัวกำหนดความหนาแน่นของ mesh หรือการกำหนดขนาด expansion ratio เพื่อลดอัตราแตรเดียนของฟลักซ์ที่สูงเกินไป สำหรับงานวิจัยนี้ได้กำหนดอัตราส่วนขยายอยู่ที่ 1.2 หรือการเพิ่มขึ้นของแต่ละโครงสร้างย่อยการคำนวณเพิ่มขึ้นร้อยละ 20 โดยระยะห่างของโครงสร้างย่อยการคำนวณที่โครงสร้างย่อยแรกใกล้ผนังทรงกระบอกมีระยะห่างที่ 0.00118 เพื่อให้ได้ช่วงที่เหมาะสมของขนาด y^+ ในแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้วิเคราะห์ ซึ่งในบทที่ 4 จะกล่าวถึงต่อไป

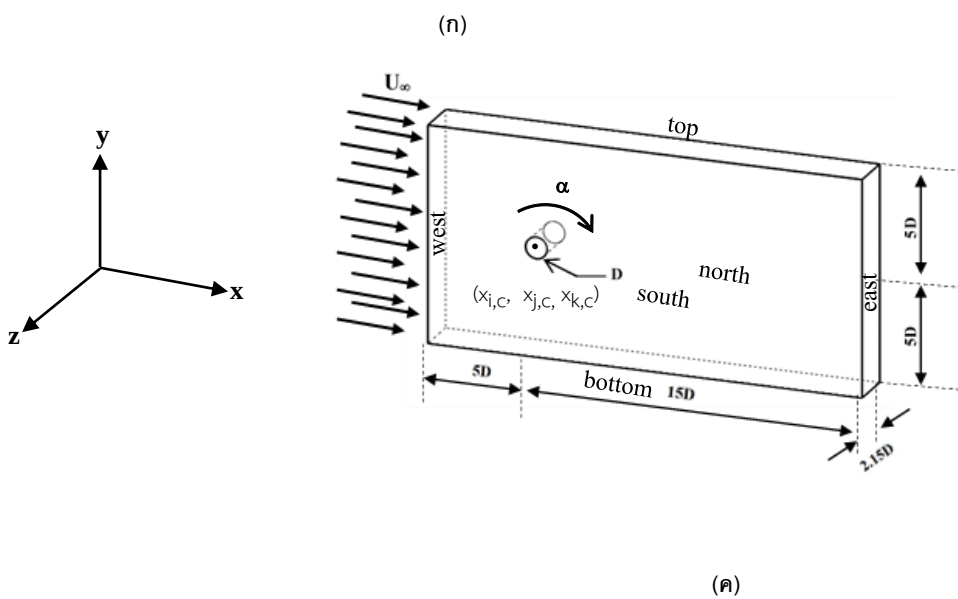
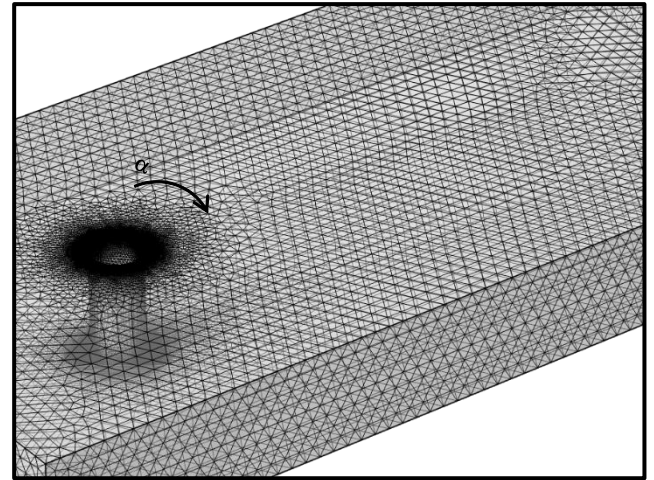
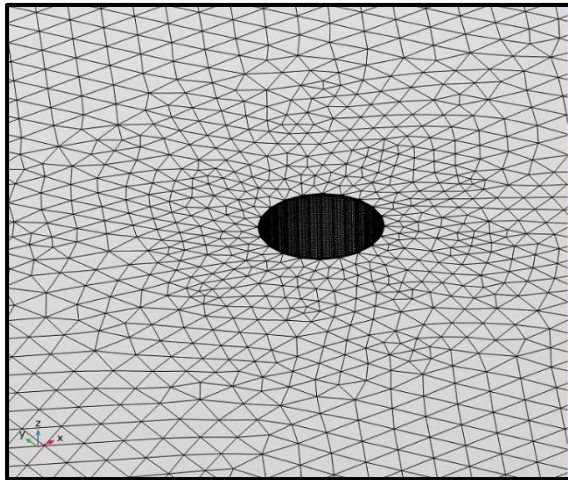
สำหรับการหมุนของทรงกระบอกจะส่งผลให้แนวโน้มของ y^+ จะสูงขึ้นตาม อันเนื่องมาจากการหมุนในด้านที่ยับยั้งการไหลของของไหลจะมีขนาดความเค้นเฉือนที่สูงขึ้น ซึ่งมีผลตรงข้ามกับด้านที่ส่งเสริมความเร็วของการไหล

ตารางที่ 3.1 ได้แสดงถึงตัวอย่างการการระบุขนาดพื้นที่การคำนวณและปริมาณโหนดที่ใช้วิเคราะห์ในแต่ละทิศทาง ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 โดยใช้แบบจำลอง high Re $k-\epsilon$ - Linear eddy viscosity model ประกอบสมการที่ผนัง standard law of log ซึ่งเลเยอร์การไหลอยู่ในสภาพปั่นป่วนเต็มรูปแบบ ซึ่งจำนวนรวมและระยะห่างจากผนังจะมีผลต่อการกำหนดระเบียบวิธีเชิงตัวเลขที่เหมาะสมเพื่อให้ได้รับการลู่เข้าของคำตอบ สำหรับจำนวนโหนดและขนาดในแต่ละองค์ประกอบได้แสดงดังตารางที่ 3.1 ซึ่งความหนาแน่นของ mesh สอดคล้องตามโดเมนการวิเคราะห์ภาพที่ 3.3 (ค)

ตารางที่ 3.1 จำนวนโหนดในแต่ละองค์ประกอบตลอดพื้นที่คำนวณ ในการวิเคราะห์ของไหลผ่านทรงกระบอก
โดยแบบจำลอง high Re k- ϵ - Linear eddy viscosity model

กรณีทดสอบทรงกระบอกแบบ	ทิศทาง	ทิศทาง	ทิศทาง	ปริมาณโครงสร้างย่อย			
	ขนาน	ตั้งฉาก	แนวสีก				
	การไหล	การไหล	(z-axis)	สนามการไหล (Domain Element)	เงื่อนไขขอบ (Boundary Element)	นอกเหนือการประกอบจากโหนด (Edge Element)	
	(x-axis)	(y-axis)	(K)				
	nodes	nodes					
	(I)	(J)					
ผนังเรียบ				254,210	17,708	764	
เซาร่องตัน $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$			∞	321,166	66,292	15,064	
ติดตั้งดิสก์ที่ปลาย $D_c/D = 1.375$				760,827	70,346	3,980	

ทั้งนี้ ภาพที่ 3.3 ได้แสดงพื้นที่การวิเคราะห์ของไหลผ่านทรงกระบอก โดยภาพที่ 3.3(ก) แสดงถึงโครงสร้าง mesh ซึ่งเป็นแบบโครงสร้างแน่นอนและการแผ่ขยายของ mesh ไปในทิศทางตั้งฉาก โดยโครงสร้างย่อยการคำนวณเกิดการประมาณการของโหนดล้อมรอบแบบ 3 จุด ได้นำประกอบเป็นสามเหลี่ยมทำให้ได้ปริมาตรแบบจตุรมุข และภาพที่ 3.3(ข) มีการปรับความละเอียดที่บริเวณใกล้ผนังทรงกระบอกที่อยู่ตรงกลางของขอบเขตการวิเคราะห์ ซึ่งการวิเคราะห์ได้มีการทำการปรับความละเอียดของ mesh ตามความข้งตัน ในขณะที่ภาพที่ 3.3(ค) ได้แสดงขอบเขตการวิเคราะห์ทั้งหมดซึ่งมีระยะตามทิศทางขนานการไหลซึ่งอยู่ในแนวขนานกับแกน x (parallel flow direction) มีขนาด 20 เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอก (D) (20D) โดยทรงกระบอกพื้นฐานแบบต่างๆ ติดตั้งที่ระยะ 5D จากจุดไหลเข้าอิสระด้านหน้า และขนาดโดเมนการคำนวณในทิศทางตั้งฉากกับการไหลอยู่ในแนวแกน y (cross flow direction) มีขนาด 10D และในแนวสีกอยู่ในแกน z (span-wise direction) มีขนาด 10D



ภาพที่ 3.3 พื้นที่ขอบเขตการคำนวณของไหล (ก) โครงสร้างแน่นอนแบบ orthogonal mesh (ข) การปรับความละเอียดโครงสร้างใกล้เคียง และ (ค) ขอบเขตการวิเคราะห์ทั่วทั้งโดเมน

3.3 รูปแบบการหาอนุพันธ์โดยผลต่างของโครงสร้างย่อยคำนวณ (Discretization Scheme)

ในการศึกษาครั้งนี้ได้ใช้รูปแบบการวิเคราะห์ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ (finite element method) แบบปริมาตรตรงมุม ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับการประมาณค่าปริมาณการไหลตัวแปรต่างๆ หรือฟลักซ์การไหล (ϕ) ที่โครงสร้างย่อยการคำนวณจากปริมาณฟลักซ์จากแต่ละหน้าของโครงสร้าง

ย่อยวิเคราะห์นั้น โดยแบบจำลองคณิตศาสตร์ที่ตัวแปรในอนุพันธ์อันดับหนึ่งและสองซึ่งเป็นเทอมของสมการขนถ่ายพลังงานการไหล (transport equation) สามารถประมาณอนุพันธ์ในรูปผลต่างของตัวแปรต่างๆ โดยทุกตัวแปรทุกตัวที่เป็นปริมาณของการไหล (convection terms) ได้แก่ ความเร็ว (U_i) และปริมาณการไหลแบบปั่นป่วน (turbulent terms) ได้แก่ พลังงานจลน์การไหลแบบปั่นป่วน (k) อัตราการฟุ้งกระจายของการไหลแบบปั่นป่วน (ϵ) โดยปริมาณต่างๆ ที่แต่ละโครงสร้างย่อยการคำนวณได้ใช้การประมาณด้วยฟังก์ชันรูปร่าง (shape function) แบบ Lagrange ด้วยลำดับการประมาณแบบเชิงเส้น (linear type) ซึ่งมีระดับเสถียรภาพที่ดีและได้รับการประมาณค่าภายใต้ขอบเขตที่จำกัด (boundedness) ซึ่งมีลักษณะที่ปริมาณที่ประมาณได้จากโครงสร้างย่อยการคำนวณจะมีค่าอยู่ระหว่างค่าที่ผนังทั้งสอง ซึ่งระเบียบวิธีเชิงตัวเลขจะทำการแก้สมการการขนถ่ายพลังงานเข้าไปเรื่อยๆ จนกว่าจะได้รับการลู่เข้าของคำตอบ สำหรับกระบวนการแก้ปัญหาด้วยระเบียบวิธี finite element method แสดงได้ดังนี้

การไหลใน 1 มิติของ transport equation ดังสมการที่ (3.3)

$$\frac{\partial(\rho U \phi)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_d \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + S_{cv} \quad (3.3)$$

เมื่อ

ϕ คือตัวแปรการไหล เช่น ความเร็ว สารเคมี อุณหภูมิ เป็นต้น

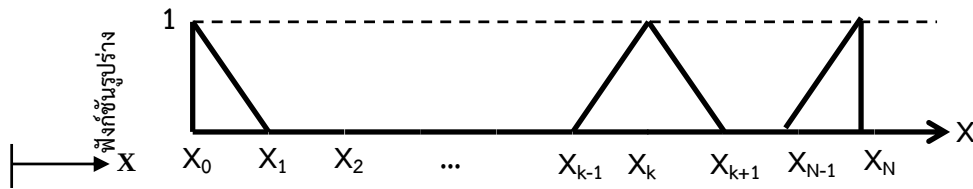
κ_d คือสัมประสิทธิ์การฟุ้งกระจายตัวของของไหล (the respective diffusion coefficient)

S_{cv} คือแหล่งสมสมพลังงานการไหลเพื่อเพิ่มค่าเมื่อสมการไม่สามารถให้ผลได้ไม่เพียงพอ (the collective source terms)

จากพื้นฐานการประมาณค่าอินทิเกรตตลอดโครงสร้างย่อยการวิเคราะห์ เบื้องต้น

$$\int_{\Omega} () d\Omega = \sum_e \int_{\Omega_e} () d\Omega \quad (3.4)$$

และการถ่วงน้ำหนักจากโหนดรอบโครงสร้างการคำนวณด้วยฟังก์ชันรูปร่าง (shape function, W_k) แบบเชิงเส้น จากการวิเคราะห์ฟลักซ์แต่ละโหนดของภาพที่ 3.4



ภาพที่ 3.4 การประมาณค่าของโครงสร้างย่อยการคำนวณจากการประมาณการจากโหนดล้อมรอบแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ ใน 1 มิติ

หากการประมาณการได้เป็น

$$\hat{\phi} = \sum_{k=0}^N N_k \phi_k \quad (3.5)$$

เมื่อ N_k คือ ฟังก์ชันการประมาณภายใน 1 มิติ

$\hat{\phi}$ คือ ฟลักซ์การไหลประมาณการ

ดังนั้นเมื่อทำการอินทิเกรตตลอดโครงสร้างการคำนวณของสมการที่ (3.3) จะได้รูปทั่วไปแบบถ่วงน้ำหนักจากโหนดรอบโครงสร้างย่อยการคำนวณ คือ

$$\int_0^X \phi_k \frac{\partial(\rho U \phi)}{\partial x} dx = \int_0^X \phi_k \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_d \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx + \int_0^X \phi_k S_{CV} dx \quad (3.6)$$

จากภาพที่ 3.4 ได้แสดงถึงการไหลใน 1 มิติ ผ่านโครงสร้างย่อยการคำนวณ เมื่อทำการอินทิเกรตสมการที่ (3.6) จะได้ผลลัพธ์ของการประมาณโดยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขแบบกึ่งกลาง ในกรณีที่ช่วงการเพิ่ม (Δx) คงที่ ดังสมการที่ (3.7)

$$\frac{\phi_k}{2\Delta x} [(\rho U \phi)_{i+1} - (\rho U \phi)_{i-1}] = \frac{\phi_k \kappa_d}{\Delta x^2} [\phi_{i+1} - 2\phi_i + \phi_{i-1}] + S_{CV}^P \Delta x \quad (3.7)$$

เมื่อ S_{CV}^P คือ the source terms ที่ node P (ศูนย์กลางปริมาตรคำนวณ)

โดยเมื่อทำการรวมสมการไฟไนต์อีลิเมนต์จะสามารถจัดรูปทั่วไปสำหรับการหาคำตอบจากระบบสมการที่อยู่ในรูปแบบความสัมพันธ์ของเมทริกซ์ คือ

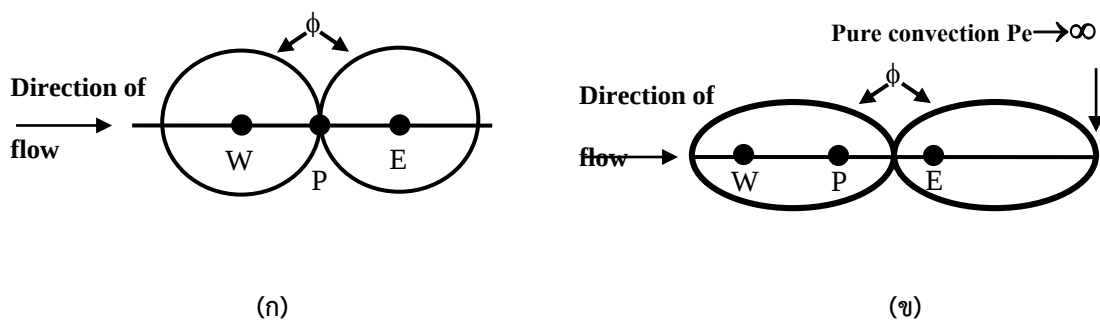
$$[K]_{\text{sys}}[\phi]_{\text{sys}} = [S_{\text{cv}}]_{\text{sys}} \quad (3.8)$$

3.4 รูปแบบการพาของไหล (Convection Scheme)

3.4.1 การขนถ่ายพลังงานการไหล (Transportiveness)

การวัดสมบัติการขนถ่ายพลังงานการไหล ซึ่งมีความเกี่ยวข้องกับฟลักซ์การไหลต่างๆ ที่จุดศูนย์กลางปริมาตรคำนวณ (P) สามารถพิจารณาได้จากการค่าการไหลไร้หน่วยในเทอมของ Peclet number (Pe) ซึ่งวัดระดับความรุนแรงของอัตราการพา (convection, F) เทียบกับอัตราการฟุ้งกระจาย (diffusion, D) โดยมีรูปแบบ ดังสมการที่ (3.10)

$$Pe = \frac{F}{D} = \frac{\rho U}{\Gamma / \delta x} \quad (3.9)$$



ภาพที่ 3.5 ขนาดของการขนถ่ายพลังงานการไหลระหว่างปริมาตรคำนวณที่ติดกัน (ก) มีเฉพาะการฟุ้งกระจายตัว โดยไร้การพา ($Pe \rightarrow 0$) และ (ข) มีการพาและฟุ้งกระจายตัวเกิดขึ้น

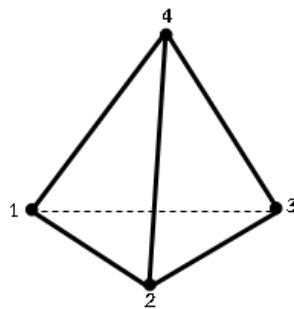
จากภาพที่ 3.5 ได้แสดงถึงสภาพระดับการพาและการฟุ้งกระจายตัวของของไหลที่มีความเกี่ยวข้องกับค่า Peclet Number ในกรณีที่ค่าดังกล่าวเข้าใกล้ศูนย์นั้นหมายถึงเป็นการไหลที่ไร้สภาพการพาโดยมีเฉพาะการฟุ้งกระจายตัว ในทางตรงกันข้ามหากค่า Peclet number มีค่าอนันต์จะเป็นการไหลที่มีเฉพาะสภาพการพาของไหลเท่านั้น สำหรับภาพที่ 3.5(ก) ได้แสดงถึงผลของปริมาณการไหลที่โหนด P ซึ่งได้รับอิทธิพลจากโหนดรอบตัว คือ โหนด W และ E โดยเป็นกระบวนการฟุ้งกระจาย

ตัวซึ่งโดยปกติแล้วจะมีลักษณะการกระพุ่มกระจายรอบตัวเท่ากันทุกทิศทางดังนั้นจึงเห็นได้ว่าอิทธิพลของโหนดรอบตัวที่ส่งผลให้ปริมาณฟลักซ์การไหลที่จุด P ได้รับเท่ากัน สำหรับภาพที่ 3.5(ข) ได้แสดงถึงผลของการพาของของไหลซึ่งทิศทางการไหลมาจากโหนด W จะเห็นได้ว่าอิทธิพลการพาจากโหนด W ส่งผลต่อปริมาณฟลักซ์การไหลที่จุด P จะเห็นได้ว่าปริมาณฟลักซ์การไหลเมื่อได้รับอิทธิพลจากการพาจากโหนดต้นทางจะทำให้ปริมาณการขนถ่ายมีลักษณะวงรี ซึ่งเป็นข้อสรุปได้ว่าโหนด P ได้รับอิทธิพลมาจากโหนดต้นทาง

ดังนั้นการ discretization ในแต่ละปริมาตรการคำนวณจึงมีความจำเป็นในการสร้างการถ่วงน้ำหนักที่เกิดจากอิทธิพลของโหนดก่อนหน้า โดยงานวิจัยนี้ได้ใช้รูปแบบ UPWIND discretization scheme เพื่อทำให้ได้ผลการวิเคราะห์ที่แม่นยำขึ้นต่อไป

3.4.2 การดิสครีไทซ์โครงสร้างย่อยการคำนวณด้วยระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตกค้าง

การหาคำตอบของแต่ละปริมาณฟลักซ์การไหลในแต่ละโครงสร้างการคำนวณสามารถหาได้จากการการดิสครีไทซ์โครงสร้างการคำนวณทุกโครงสร้าง จากรูปแบบการวิเคราะห์ใน 3 มิตินั้นที่มีการประมาณค่าฟลักซ์การไหลในโครงสร้าง จากสมการที่ (3.5) สำหรับโครงสร้างแบบจตุรมุขในภาพที่ 3.6 ดังนี้



ภาพที่ 3.6 โครงสร้างย่อยการคำนวณแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ ใน 3 มิติ

เบื้องต้นปริมาณฟลักซ์ในแต่ละโครงสร้างย่อยสามารถกำหนดได้เป็น

$$\phi(x, y, z) = N_1\phi_1 + N_2\phi_2 + N_3\phi_3 + N_4\phi_4 \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.10)$$

โดยที่ N_i คือ พิกัดคาร์ทีเซียนใน 3 มิติ ซึ่งสามารถพิจารณาได้จาก

$$N_i = \frac{1}{6V}(a_i + b_i x + c_i y + d_i z) \quad \text{เมื่อ } i = 1, 2, 3, 4 \quad (3.11)$$

เมื่อ

$$a_i = \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}, \quad b_i = -\begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix}, \quad c_i = -\begin{vmatrix} y_j & 1 & z_j \\ y_k & 1 & z_k \\ y_l & 1 & z_l \end{vmatrix} \quad \text{และ} \quad d_i = -\begin{vmatrix} y_j & z_j & 1 \\ y_k & z_k & 1 \\ y_l & z_l & 1 \end{vmatrix}$$

ในการประมาณค่าฟลักซ์การไหลและพลังงานการไหลปั่นป่วนในโครงสร้างการคำนวณด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์เพื่อให้ลดการประมาณการที่ผิดพลาดทำให้เกิดความสมดุลของสมการอนุพันธ์ของการไหลในสมการที่ (3.6) เป็นจริง เพื่อง่ายต่อการพิจารณา สามารถแสดงได้เป็นฟังก์ชันการดำเนินการ $(\square \mathcal{L} \square)$ คือ

$$\mathcal{L}(\bar{\phi}) = 0 \quad (3.12)$$

เมื่อ $\bar{\phi}$ คือ ผลเฉลยแม่นยำตรง

จากสมการที่ (3.10) เมื่อนำการประมาณค่าฟลักซ์ที่ได้จากการประมาณจากแต่ละจุดต่อรอบโครงสร้างการคำนวณแทนในสมการ (3.12) ทำให้เกิดเศษตกค้างปริมาณ R ขึ้น คือ

$$\mathcal{L}\left(\sum_{k=0}^N N_k \phi_k\right) = R \quad (3.13)$$

ดังนั้นเมื่อมีการพิจารณาฟลักซ์ในโดเมนโครงสร้างย่อย (Ω) จากการถ่วงน้ำหนักด้วยเศษตกค้าง R ทำให้การแทนค่าฟลักซ์ในฟังก์ชันการดำเนินการ (3.12) สมดุลขึ้น ได้เป็น

$$\int_{\Omega_e} w_i \mathcal{L}\left(\sum_{k=0}^N N_k \phi_k\right) d\Omega = 0 \quad (3.14)$$

หรือสามารถจำแนกรูปแบบการประมาณการในโดเมนอีลิเมนต์คำนวณ (Ω) และขอบผิวการวิเคราะห์ (Γ) ได้เป็น

$$\int_{\Omega_e} (W_i, N_i, \phi_i) d\Omega + \int_{\Gamma_e} (W_i, N_i, \phi_i) d\Gamma = 0 \quad (3.15)$$

เมื่อทำการวิเคราะห์โดยการแทนค่าผลเฉลยแม่นยำตรงในการดิสครีไทซ์แบบ UPWIND Finite Element Methods (Hughes, 1978) สามารถจัดรูปเพื่อใช้ในการวิเคราะห์เพื่อได้มาซึ่งคำตอบของฟังก์ชันการไหลในแต่ละโครงสร้างการคำนวณ ดังสมการที่ (3.8) ต่อไป

3.5. วิธีทำซ้ำทางอ้อม (Indirect Iterative Method)

ในการดำเนินการด้วยระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อหาคำตอบของระบบสมการจะมี 2 วิธี คือ วิธีทางตรง และทางอ้อม ซึ่งในวิธีทางตรงนั้นจะมีการใช้ทรัพยากรในการประมวลผลที่สูงมาก ดังนั้นสำหรับการวิเคราะห์ของไหลพลศาสตร์มีความเหมาะสมที่จะทำการแก้ระบบสมการจากตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่มีมากกว่า 20,000 ตัว จากระเบียบวิธีทำซ้ำซึ่งค่าเริ่มต้นมีความสำคัญในการสุ่มใช้

สำหรับการดำเนินการแก้ปัญหาระบบสมการสำหรับงานวิจัยนี้ ได้อาศัยเทคนิค Geometric Multigrid (GMG) (Zhu and Cangellaris, 2006) ซึ่งเป็นการปรับค่าปรับแก้เพื่อให้เกิดการลู่เข้าในการเทคนิคการแก้ระบบสมการจากความสัมพันธ์ $[A][X] = [f]$ ซึ่งมีการแก้คำตอบแบบทำซ้ำเบื้องต้นก่อนทำซ้ำรูปแบบปรกติ ด้วยความสัมพันธ์ตามรูปแบบ $[M^{-1}][A][X] = [M^{-1}][f]$ เมื่อ $[M]$ เป็นเมทริกซ์ปรับค่าเบื้องต้น (preconditioner matrix) โดยสามารถนำการทำซ้ำเบื้องต้นนี้ขยายสู่การแก้ระบบสมการด้วยวิธีทำซ้ำตามระเบียบวิธี Jacobi iterative method หรือ Gauss-Seidel iterative method หรือ LU Decomposition method ได้

3.6 การพิจารณาปริมาณขึ้นอยู่กับเวลา (Time Discretization)

เนื่องจากการวิเคราะห์ปัญหาในการศึกษาค้นคว้าครั้งนี้มีความเกี่ยวข้องกับการพิจารณาในสถานะที่ไม่คงตัว ซึ่งหมายความว่าปริมาณฟังก์ชันการไหลจะมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (สมการหลักที่ใช้ในการพิจารณาค้นคว้าครั้งนี้ คือ U-RANS จะกล่าวรายละเอียดในบทที่ 4) ระเบียบวิธีที่ใช้ คือ ระเบียบวิธีแครงค์-นิโคลสัน (The Crank-Nicolson scheme) ซึ่งการดำเนินการเป็นไปตามระเบียบวิธีเชิงตัวเลขเพื่อ

ประมาณหาค่าปริมาตรพื้นที่ หรือ อินทิเกรต ภายใต้กฎสี่เหลี่ยมคางหมู (the trapezium rule) ผลลัพธ์ที่ได้อยู่ในระดับความแม่นยำอันดับที่สอง โดยค่าปริมาณพลักซ์การไหลที่เวลาปัจจุบันจะมีการพิจารณาค่าปริมาณพลักซ์การไหลที่เวลาก่อนหน้า โดยการพิจารณาพลักซ์การไหลที่สภาวะเวลาต่างๆ จากพฤติกรรมการพาและการฟุ้งกระจายตัว สามารถแสดงได้

สมการหลักเพื่อพิจารณาพลักซ์การไหล

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) \quad (3.16)$$

พิจารณาปริมาณพลักซ์การไหลที่เวลาปัจจุบัน (n+1) แสดงได้ คือ

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \int_t^{t+\Delta t} f(t, \phi(t)) dt \quad (3.17)$$

ทำการจัดรูปแบบสมการที่ (3.16) หรือ (3.17) ตามรูปแบบ The Crank-Nicolson scheme สามารถแสดงได้ คือ

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - U \Delta t \left[\frac{\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x}}{2} \right] + \Gamma \Delta t \left[\frac{\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\phi_{i+1}^n - 2\phi_i^n + \phi_{i-1}^n}{(\Delta x)^2}}{2} \right] \quad \dots(3.18)$$

หรือ

$$\phi_i^{n+1} = \phi_i^n - \frac{U \Delta t}{2} \left[\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_{i-1}^{n+1}}{2\Delta x} + \frac{\phi_{i+1}^n - \phi_{i-1}^n}{2\Delta x} \right] + \frac{\Gamma \Delta t}{2} \left[\frac{\phi_{i+1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1} + \phi_{i-1}^{n+1}}{(\Delta x)^2} + \frac{\phi_{i+1}^n - 2\phi_i^n + \phi_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] \quad \dots(3.19)$$

ตามที่ The Crank-Nicolson scheme มีการพิจารณาภายใต้รูปแบบการประมาณค่าอันดับที่ 2 ของอนุกรมเทย์เลอร์ทำให้สามารถกำหนดช่วงการเพิ่มขึ้นของเวลา Δt ได้กว้างกว่ารูปแบบการ

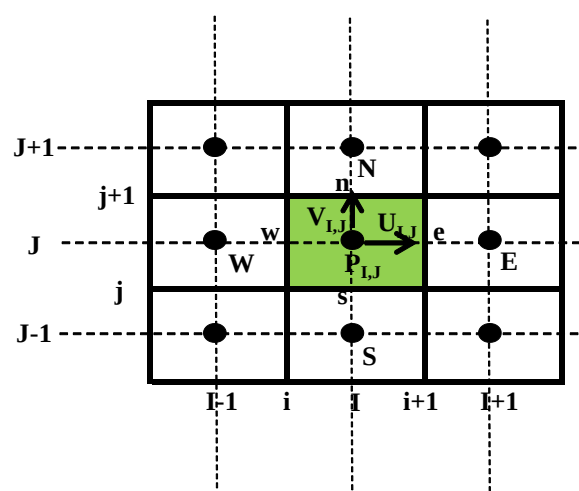
ประมาณค่าแบบไม่คงตัวรูปแบบอื่นได้ เช่น รูปแบบชัดแจ้ง (explicit scheme) อย่างไรก็ตามเพื่อให้การพิจารณาหาค่าปริมาณการไหลสามารถเข้าสู่หาคำตอบ จึงควรกำหนดขนาดของการเพิ่มขึ้นของเวลา $\Delta t < \frac{\Delta x}{U_\infty D}$ ซึ่งจะทำให้การจัดรูปเมทริกซ์เพื่อแก้ปัญหารูปแบบของสมการที่ (3.19) ให้อยู่ใน

รูปแบบต่างๆ ไป คือ
$$a_p^{t+1} \phi_p^{t+1} = \sum_{nb} a_{nb}^{t+1} \phi_{nb}^{t+1} + a_p^t \phi_p^t + S_U^{t+1} \quad \text{หรือ}$$

$[a]_{n \times n} \times [\phi_i]_{n \times 1}^{t+1} = [\phi_i]_{n \times 1}^t + S_U^{t+1}$ อยู่ในรูปแบบสามเหลี่ยมทำให้ได้รับการลู่เข้าของคำตอบที่ดี ด้วยระเบียบวิธีการทำซ้ำแบบ GMG

3.7 ความสัมพันธ์ควบคู่ระหว่างความดันและความเร็ว (Pressure Velocity Coupling)

จากที่สมการหลัก Navier – Stokes และ U-RANS ประกอบด้วยเทอมการเคียนของความดันในทุกทิศทาง $\left(\frac{\partial P}{\partial x_i} \right)$ ซึ่งในสมการหลักไม่ได้แสดงความสัมพันธ์แบบชัดแจ้งของความดัน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องใช้เทคนิคที่สำคัญในการให้ได้มาซึ่งพฤติกรรมความดันของการไหลที่เกิดขึ้น โดยทั่วไปหากไม่มีการปรับปรุงรูปแบบของความสัมพันธ์ควบคู่ของพฤติกรรมความดันและความเร็วจะถูกจัดวางอยู่ที่จุดเดียวกัน (collocated grid) โดยการบันทึกค่าของค่าทั้งสองได้แสดงดังภาพที่ 3.7 ค่าที่จัดเก็บอยู่ที่โหนด $P_{i,j}$ ซึ่งได้แสดงอยู่ที่จุดศูนย์กลางดังสัญลักษณ์ "●"



ภาพที่ 3.7 การกำหนดตำแหน่งความสัมพันธ์ควมระหว่างความดันและความเร็วในลักษณะ the collocated grid arrangement

เป็นที่ทราบอย่างกว้างขวางสำหรับงานวิจัยด้านอากาศพลศาสตร์หากมีการกำหนดการบันทึกค่าความดันและความเร็วตามรูปแบบ the collocated grid arrangement นั้น ค่าความดันที่พิจารณาได้จะมีความกวัดแกว่งสูงระหว่างโหนดที่ติดกัน ดังนั้นงานวิจัยนี้จึงได้ใช้รูปแบบ the SIMPLE algorithm (Semi-Implicit Method for Pressure - Linkage Equations) ซึ่งมีการปรับปรุงค่าสำหรับการจัดเรียงการบันทึกความดันและความเร็วแบบ the collocated arrangement ซึ่งมีการปรับเปลี่ยนค่าทั้งคู่ปริมาณทุกหน่วยปริมาตรวิเคราะห์ทำให้เกิดค่าความดันและความเร็วแก้ไข (the corrected variable) โดยขั้นตอนการแก้ปัญหาตามลักษณะ the SIMPLE algorithm เป็นดังนี้

การดิสครีไทซ์ความเร็ว U และ V ในระบบ 2 มิติ คือ

U-momentum

$$a_p^U U_p = a_E U_E + a_W U_W - \frac{dP}{dx} \delta V \quad (3.20ก)$$

หรือ

$$U_p = \frac{\sum a_i^U U_i}{a_p^U} + D_U (P_w - P_e) \quad (3.20ข)$$

V-momentum

$$a_p^V V_p = a_N V_N + a_S V_S - \frac{dP}{dy} \delta V \quad (3.21ก)$$

หรือ

$$V_p = \frac{\sum a_i^V V_i}{a_p^V} + D_V (P_s - P_n) \quad (3.21ข)$$

$$\text{เมื่อ } D_U = \frac{dA_e}{a_p^U} \text{ และ } D_V = \frac{dA_n}{a_p^V}.$$

สำหรับการดำเนินการเริ่มจาก ได้ทำการประมาณค่าเริ่มต้น U และ V ในสมการที่ (3.20) และ (3.21) ซึ่งการประมาณค่าเริ่มต้นนี้ยังไม่สามารถทำให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบในสมการการไหลต่อเนื่อง (continuity equation) ได้ จึงจำเป็นต้องเพิ่มค่าปรับแก้ (U' V' และ P') ให้กับตัวแปรเริ่มต้น (U และ V) ตามสมการที่ (3.22ก) – (3.22ค) เพื่อให้การดิสครีไทซ์ความเร็วมีความสอดคล้องกับสมการการไหลต่อเนื่องในทุกปริมาตรการวิเคราะห์ทำให้เกิดการลู่เข้าของปัญหาต่อไป

$$U^* = U + U' \quad (3.22ก)$$

$$V^* = V + V' \quad (3.22ข)$$

$$\text{และ} \quad P^* = P + P' \quad (3.22ค)$$

เมื่อ U^* , V^* และ P^* คือ ปริมาณที่ได้รับการปรับค่า (corrected variables)

เมื่อทำการแทนค่าสมการที่ (3.22) ในสมการที่ (3.20) และ (3.21) ทำให้ได้สมการโมเมนตัมที่อยู่ในรูปตัวแปรที่แก้ไขค่าแล้ว ดำเนินการต่อไปโดยการพิจารณาผลต่างระหว่างสมการที่อยู่ในรูปตัวแปรที่แก้ไขค่าแล้วกับสมการที่ (3.20) และ (3.21) ทำให้ได้สมการใหม่ที่เป็นการระบุค่าตัวแปรแก้ไขเพื่อใช้ในการปรับค่าในรอบของการทำซ้ำต่อไปจนกว่าจะเกิดการลู่เข้าของคำตอบ ดังสมการที่ (3.23) และ (3.24)

$$U'_p = \frac{\sum a_i^U U'_i}{a_p^U} + D_U (P'_w - P'_e) \quad (3.23)$$

$$\text{และ} \quad V'_p = \frac{\sum a_i^V V'_i}{a_p^V} + D_V (P'_s - P'_n) \quad (3.24)$$

เพื่อให้ง่ายต่อการพิจารณาในสมการที่ (3.23) และ (3.24) ทำการแยกการพิจารณาในแต่ละสมการเป็น 2 ส่วน ซึ่งเกิดจาก $U' = U'_1 + U'_2$ $V' = V'_1 + V'_2$ และ $P' = P'_1 + P'_2$ โดยแสดงดังสมการที่ (3.25) และ (3.26)

$$U'_{p1} + U'_{p2} = \sum \frac{a_i^U U'_i}{a_p^U} + D_U (P'_{w1} - P'_{e1}) + D_U (P'_{w2} - P'_{e2})$$

$$(3.25)$$

$$\text{และ} \quad V'_{p1} + V'_{p2} = \sum \frac{a_i^v V'_i}{a_p} + D_v (P'_{s1} - P'_{n1}) + D_v (P'_{s2} - P'_{n2}) \quad (3.26)$$

เมื่อ

$$U'_{p1} = D_u (P'_{w1} - P'_{e1}) \dots (3.25ก) \quad \text{และ} \quad U'_{p2} = \sum \frac{a_i^u U'_i}{a_p} + D_u (P'_{w2} - P'_{e2}) \quad \dots (3.25ข)$$

และ

$$V'_{p1} = D_v (P'_{s1} - P'_{n1}) \dots (3.25ก) \quad \text{และ} \quad V'_{p2} = \sum \frac{a_i^v V'_i}{a_p} + D_v (P'_{s2} - P'_{n2}) \quad \dots (3.26ข)$$

สมการที่ (3.25) และ (3.26) ได้แสดงถึงตัวแปรที่ใช้แก้ไขค่า โดยสามารถนำไปใช้ในรูปแบบความสัมพันธ์ควบคู่แบบอื่นได้ เช่น the FISO scheme (Pressure Implicit solution by Split Operator methods) ซึ่งจะพิจารณาทั้งสองส่วนของสมการที่ (3.25) และ (3.26) ในขณะที่ the SIMPLE scheme จะพิจารณาเฉพาะส่วนที่หนึ่งตามสมการที่ (3.25ก) และ (3.26ก) เท่านั้น เพื่อให้ง่ายต่อการลู่อเข้าของคำตอบ

สำหรับสมการการไหลต่อเนื่องตลอดปริมาตรการวิเคราะห์ที่หน้าตัดไหลเข้าและไหลออกเมื่อพิจารณาจากตัวแปรที่ได้รับการปรับค่าแล้ว สามารถแสดงได้ดังนี้

$$(\rho_e U_e^* - \rho_w U_w^*) \Delta y + (\rho_n V_n^* - \rho_s V_s^*) \Delta x = 0 \quad (3.27ก)$$

หรือ

$$(\rho_e U'_e - \rho_w U'_w) \Delta y + (\rho_n V'_n - \rho_s V'_s) \Delta x = -S_m \quad (3.27)$$

$$\text{เมื่อ} \quad S_m = -(\rho_e U_e - \rho_w U_w) \Delta y + (\rho_n V_n - \rho_s V_s) \Delta x$$

ในกรณีที่ส่วนที่ 2 ของสมการที่ (3.25) และ (3.26) ไม่นำมาพิจารณา จึงเปลี่ยนความเร็วที่ใช้ปรับค่าให้มีความสัมพันธ์ตามสมการที่ (3.25ก) และ (3.26ก) จึงสามารถแสดงสมการที่ (3.27) อยู่ในรูปสมการที่ (3.28) ได้

$$\rho_e \Delta y D_{Ue} (P'_{P1} - P'_{E1}) - \rho_w \Delta y D_{Uw} (P'_{W1} - P'_{P1}) + \rho_n \Delta x D_{Vn} (P'_{P1} - P'_{N1}) - \rho_s \Delta x D_{Vs} (P'_{S1} - P'_{P1}) = -S_m \quad (3.28)$$

เมื่อทำการจัดรูปสัมประสิทธิ์ของฟลักซ์การไหลในสมการที่ (3.28) สามารถจัดอยู่ในรูปแบบตามสมการที่ (3.29) คือ

$$a_p P'_{P1} = a_E P'_{E1} + a_W P'_{W1} + a_N P'_{N1} + a_S P'_{S1} + S_u \quad (3.29)$$

เมื่อ

$$a_E = \rho_e \Delta y D_{Ue} \quad a_W = \rho_w \Delta y D_{Uw} \quad a_N = \rho_n \Delta x D_{Vn} \quad a_S = \rho_s \Delta x D_{Vs}$$

$$a_p = a_E + a_W + a_N + a_S \text{ และ } S_u = -S_m$$

สมการที่ (3.29) ทำให้ได้คำตอบของตัวแปรไม่ทราบค่า P'_1 ซึ่งเป็นประโยชน์ในการหาคำตอบ U'_1 และ V'_1 ในสมการที่ (3.25ก) และ (3.26ก) ได้

จากที่รูปแบบการวิเคราะห์ความดันตามการจัดเรียงของตัวแปรบน the collocated grid ก่อให้เกิดปัญหาการได้ค่าความดันที่มีความกวัดแกว่งระหว่างโหนดปัจจุบันกับโหนดถัดไปเพราะว่า กระบวนการดิครีไทซ์ S_u ไม่ได้รวมตัวแปรความดันในสมการ $S_u = S_m = (\rho_e U_e - \rho_w U_w) \Delta y + (\rho_n V_n - \rho_s V_s) \Delta x$ ที่โหนดปัจจุบัน ดังนั้นจึงจำเป็นต้องสร้างความสัมพันธ์ของความเร็วให้มีความเกี่ยวข้องกับความดัน โดยสามารถสร้างความสัมพันธ์เพิ่มเติม โดยมีการพิจารณาผลของการเคลื่อนที่ความดันรอบหน้าตัดด้านข้างของปริมาตรการวิเคราะห์เพื่อส่งผลต่อขนาดความเร็วที่ศูนย์กลางปริมาตรการวิเคราะห์ คือ

$$U_p^0 = U_p + \left(\frac{\delta V}{a_p} \frac{dP}{dx} \right)_p \quad \dots (3.30ก) \quad \text{และ} \quad V_p^0 = V_p + \left(\frac{\delta V}{a_p} \frac{dP}{dy} \right)_p \quad \dots (3.30ข)$$

ดังนั้นความเร็วที่หน้าตัดผิวข้างของปริมาตรการวิเคราะห์สามารถปรับปรุงได้ดังสมการที่ (3.31ก) – (3.31ง)

$$U_e^0 = \frac{1}{2}(U_E^0 + U_P^0) \dots (3.31ก) \quad \text{และ} \quad U_w^0 = \frac{1}{2}(U_P^0 + U_W^0) \dots (3.31ข)$$

$$V_n^0 = \frac{1}{2}(V_N^0 + V_P^0) \dots (3.31ค) \quad \text{และ} \quad V_s^0 = \frac{1}{2}(V_P^0 + V_N^0) \dots (3.31ง)$$

จากสมการที่ (3.30ก) และ (3.30ข) ทำให้ได้รับค่าความเร็วที่กึ่งกลางปริมาตรการวิเคราะห์ ดังสมการที่ (3.32ก) และ (3.32ข) ต่อไป

$$U_P = U_P^0 - \left(\frac{\delta V}{a_P} \frac{dP}{dx} \right)_P \dots (3.32ก) \quad \text{และ} \quad V_P = V_P^0 - \left(\frac{\delta V}{a_P} \frac{dP}{dy} \right)_P \dots (3.32ข)$$

จากกระบวนการข้างต้นเป็นระเบียบวิธีการประมาณค่าในช่วงแบบ รีห์-โชว์ (the Rhie-Chow interpolation) ซึ่งทำให้เกิดการบันทึกค่าความดันและความเร็วที่ศูนย์กลางปริมาตรวิเคราะห์และเป็นวิธีการลดปัญหาการกวัดแกว่งของปริมาณฟลักซ์ที่ได้ (Rhie and Chow (1982) อ้างถึงโดย Davidson (2002) เพื่อทำกระบวนการการวิเคราะห์หาความเร็วในองค์ประกอบ U สมบูรณ์ แทนสมการที่ (3.30ก) และ (3.31ก) ในสมการที่ (3.32ก) ทำให้ได้ความเร็ว U ที่พื้นที่ผิวข้าง east (e) ดังนี้

$$\begin{aligned} U_e &= \frac{1}{2}(U_E + U_P) + \frac{\delta V}{2a_P} \left[\left(\frac{dP}{dx} \right)_E + \left(\frac{dP}{dx} \right)_P \right] - \frac{\delta V}{a_P} \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \\ &= \frac{1}{2}(U_E + U_P) + \frac{\delta V}{2a_P} \left[\left(\frac{P_{EE} - P_P}{2\Delta x} \right)_E + \left(\frac{P_E - P_W}{2\Delta x} \right)_P \right] - \frac{\delta V}{a_P} \frac{P_E - P_P}{\Delta x} \\ &= \frac{1}{2}(U_E + U_P) + \frac{\delta V}{4a_P \Delta x} [P_{EE} - 3P_E + 3P_P - P_W] \end{aligned} \quad (3.33ก)$$

ในทำนองเดียวกันการพิจารณาความเร็วที่ผิวข้างหน้าตัดด้านอื่นแสดงได้เป็น

$$U_w = \frac{1}{2}(U_P + U_W) + \frac{\delta V}{4a_P \Delta x} [P_E - 3P_P + 3P_W - P_{WW}] \quad (3.33ข)$$

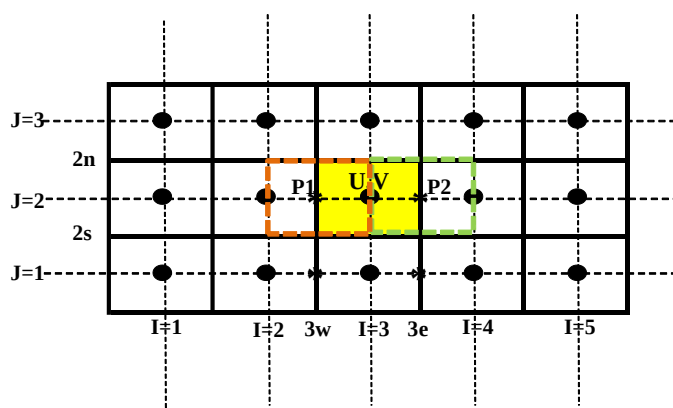
$$V_n = \frac{1}{2}(V_N + V_P) + \frac{\delta V}{4a_P \Delta y} [P_{NN} - 3P_N + 3P_P - P_S] \quad (3.33ค)$$

$$V_s = \frac{1}{2}(V_P + V_S) + \frac{\delta V}{4a_P \Delta y} [P_N - 3P_P + 3P_S - P_{SS}] \quad (3.33ง)$$

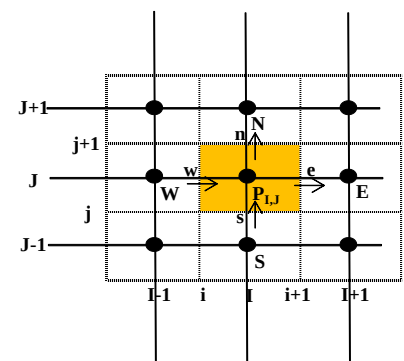
สมการที่ (3.33ก) – (3.33ง) ส่งผลทำให้ได้ค่าของ $S_u = (p_e U_e - p_w U_w) \Delta y + (p_n V_n - p_s V_s) \Delta x$ จะเห็นได้ว่า the Rhie-Chow interpolation เป็นกระบวนการที่สำคัญที่ทำให้ได้ค่าความดันในปริมาตร การคำนวณและลดการกวัดแกว่งของความดันระหว่างโหนดได้ดี เพื่อให้กระบวนการวิเคราะห์ตามรูปแบบ the SIMPLE algorithm สมบูรณ์ Craft (2015) ได้แสดงถึงขั้นตอนการวิเคราะห์ที่ไว้ดังนี้

1. กำหนดค่าเริ่มต้นในการวิเคราะห์ของปริมาณความเร็ว
2. แก้สมการโมเมนตัมเพื่อหาค่า U และ V
3. ทำการแก้ระบบสมการโดยมีรูปแบบเป็นไปตามกฎสามเหลี่ยมของเมทริกซ์ ตามสมการที่ (3.29)
4. แก้คำตอบเพื่อหาค่า P'_1
5. คำนวณค่าความเร็วปรับแก้ U'_1 ในสมการที่ (3.25ก) และ V'_1 ในสมการที่ (3.25ก)
6. ปรับค่าเริ่มต้น P U และ V
7. ทำซ้ำจนกระทั่งได้รับการลู่เข้าของคำตอบ

นอกจากนี้รูปแบบ the SIMPLE scheme ยังสามารถนำไปใช้กับการจัดเรียงข้อมูลของความดันและความเร็วโดยมีการสับหว่างกันระหว่างศูนย์กลางปริมาตรวิเคราะห์กับพื้นที่หน้าตัดผิวข้าง (staggered grid) ดังภาพที่ 3.8 ซึ่งรูปแบบการจัดวางแบบนี้ยังเป็นอีกวิธีที่จะลดการกวัดแกว่งของความดันระหว่างปริมาตรคำนวณได้ดี และการวิเคราะห์เพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบจะมีรูปแบบที่คล้ายคลึงกับ the collocated grid ที่ได้กล่าวถึงข้างต้นอีกด้วย



(ก)



(ข)

ภาพที่ 3.8 การบันทึกความเร็วบนปริมาตรคำนวณแบบสับหว่างกัน (ก) ตำแหน่งบันทึกค่าความดันและความเร็ว และ (ข) ตำแหน่งบันทึกค่าความดัน

3.8 ตัวประกอบค่าผ่อนปรน (Under Relaxation Factor)

ในระเบียบวิธีทำซ้ำ และ P-V coupling จะมีการหาการลู่เข้าของคำตอบซึ่งสามารถปรับปรุงความสามารถในการลู่เข้าของคำตอบได้จากการใช้ตัวประกอบค่าผ่อนปรน (under relaxation factor : α) เพื่อใช้ในการห้วงการประมาณค่าเริ่มต้นในแต่ละรอบการทำซ้ำซึ่งสามารถส่งเสริมการได้รับการลู่เข้าของคำตอบและป้องกันการความผิดพลาดจากการทำซ้ำในรอบถัดไปมีผลทำให้เกิดการลู่ออกของคำตอบ (divergence) โดยทั่วไปการใช้ under relaxation factor จะอยู่ในช่วง $0 < \alpha < 1$ ขึ้นอยู่กับลักษณะการวิเคราะห์ปัญหา เช่น สภาวะคงตัวต้องการค่า α ที่ต่ำ ในขณะที่สภาวะไม่คงตัวควรระบุค่า α ที่สูงขึ้นมาเพื่อให้เกิดการลู่เข้าของคำตอบเร็วขึ้น

สมการที่ (3.34) ได้แสดงการใช้รูปแบบค่าผ่อนปรนที่ใช้ในการวิเคราะห์หาปริมาณฟลักซ์การไหลในพื้นที่การคำนวณทั้งหมด

$$\phi_p^{\text{new}} = \alpha \phi_p^{\text{calc}} + (1 - \alpha) \phi_p^{\text{old}} \quad (3.34)$$

เมื่อ

ϕ_p^{old} คือ ปริมาณฟลักซ์ในกระบวนการทำซ้ำก่อนหน้า

ϕ_p^{calc} คือ ปริมาณฟลักซ์ในกระบวนการทำซ้ำปัจจุบัน

ϕ_p^{new} คือ ปริมาณฟลักซ์ในกระบวนการทำซ้ำถัดไป

รูปแบบทั่วไปในการวิเคราะห์หาปริมาณฟลักซ์ที่เกี่ยวข้องกับปริมาตรคำนวณรอบตัว

$$\frac{a_p}{\alpha} \phi_p^{\text{new}} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + S + (1 - \alpha) \frac{a_p}{\alpha} \phi_p^{\text{old}} \quad (3.35)$$

ในเชิงปฏิบัติจะมีการปรับค่าสัมประสิทธิ์ของโหนดที่สนใจ (a_p) และ ปริมาณการเพิ่มค่าฟลักซ์การไหล (source term : S) ด้วย relaxing factor

$$a_p^{\text{new}} = \frac{a_p}{\alpha} \quad (3.36\text{ก})$$

และ

$$S_{\text{new}} = S + (1 - \alpha) \phi_P^{\text{new}} \phi_P^{\text{old}} \quad (3.36\text{ข})$$

ซึ่งมีผลทำให้สัมประสิทธิ์ของฟลักซ์การไหลอยู่ในรูปเมทริกซ์สามเหลี่ยมที่สามารถเพิ่มความสามารถในการได้รับการลู่เข้าของคำตอบ นอกจากนี้ยังสามารถใช้ตัวประกอบค่าผ่อนปรนในความสัมพันธ์ควบคู่ความดันและความเร็วที่อยู่ในรูปแบบ SIMPLE scheme ได้ ซึ่งการประมาณค่าเริ่มต้นของความดัน

(P_p^{new}) สามารถใช้ตัวประกอบค่าผ่อนปรนปรับค่าจากความดันที่ใช้ปรับค่าได้ ดังสมการที่ (3.37)

$$P_p^{\text{new}} = P_p^* + \alpha P'_p \quad (3.37)$$

สำหรับตัวประกอบค่าผ่อนปรนที่ใช้ในการวิเคราะห์ของไหลผ่านทรงกระบอกในสถานะหยุดนิ่งที่สถานะเรย์โนลด์ต่างๆ เป็นดังตารางที่ 3.2

ตารางที่ 3.2 ตัวประกอบค่าผ่อนปรนที่ใช้ในการศึกษาเชิงคำนวณของไหลผ่านทรงกระบอกในสถานะหยุดนิ่ง

Reynolds Number	Under-Relaxing Factor		
	Turbulence quantities (k, ϵ) (steady / unsteady)	Mean Velocity (U_i) (steady / unsteady)	Pressure (P) (steady / unsteady)
100,000	0.5	0.5	0.5

3.9 เกณฑ์การลู่เข้าของคำตอบ (Convergence Criteria)

การตัดสินใจที่จะสมการการขนถ่ายพลังงานการไหลในกฎหาการลู่เข้าของคำตอบด้วยวิธีการทำซ้ำ ดังนั้นหากการเปลี่ยนแปลงระหว่างผลลัพธ์ระหว่างการทำซ้ำก่อนหน้านี้กับปัจจุบันเข้าสู่เกณฑ์ที่ยอมรับ

ได้ก็จะถือว่าปริมาณพลักซ์ที่คำนวณได้คือคำตอบของการทำซ้ำ โดยเศษคงเหลือ (residual : R_ϕ) จะพิจารณาจากทุกปริมาณพลักซ์การไหลที่เกี่ยวข้องในปริมาตรการวิเคราะห์ใดๆ ดังสมการที่ (3.38)

$$R_\phi = a_p^t \phi_p^t - \sum_{nb} a_{nb}^t \phi_{nb}^t - a_p^{t-1} \phi_p^{t-1} - S_U \quad (3.38)$$

เมื่อ

nb คือ โหนดทั้งหมดรอบโหนดที่สนใจ (E,W,S and N)

สำหรับการพิจารณาการหาเศษคงเหลืออีกรูปแบบหนึ่ง คือ การสร้างความสัมพันธ์เพื่อพิจารณา(normalization) เป็นการสร้างความสัมพันธ์ระหว่างผลรวมของเศษคงเหลือทุกปริมาตรการคำนวณเมื่อเทียบกับปริมาณการไหลที่สนใจ เช่น การเทียบผลรวมของเศษคงเหลือของปริมาณความเร็วในองค์ประกอบหนึ่งกับขนาดโมเมนต์การไหล หรือ ผลรวมของเศษในสมการไหลต่อเนื่องเทียบกับมวล ในทำนองเดียวกันหากผลรวมของการ normalized residual ต่ำกว่าเกณฑ์การลู่เข้า คำตอบที่ต้องการก็จะสามารถยอมรับผลการวิเคราะห์ได้

3.10 สมบัติการไหล (Flow Properties)

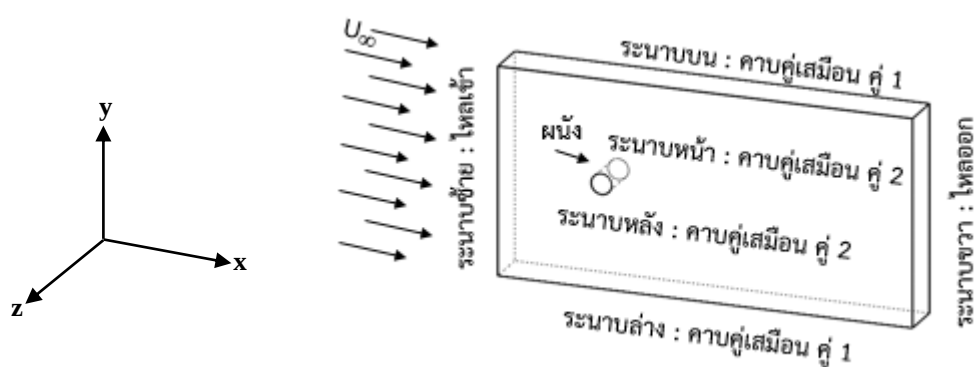
กฎมาตราส่วน (scaling rule) ได้ถูกพัฒนาจากทฤษฎี Buckingham Pi Theorem) เพื่อวัตถุประสงค์ในการกำหนดสมบัติของไหลที่ไหลผ่านในพื้นที่การวิเคราะห์โดยไม่จำเป็นต้องให้ขนาดของทรงกระบอกและสมบัติของของไหลเหมือนกับการทดลอง เนื่องจาก scaling rule ได้ถูกพิสูจน์ว่าหากมีการจัดกลุ่มของตัวแปรให้อยู่ในรูปตัวแปรไร้มิติหากมีปริมาณที่เท่ากันแล้วของไหลจะแสดงพฤติกรรมเหมือนกันเสมอ ซึ่งงานวิจัยนี้ได้ใช้ความสัมพันธ์ของค่าเรย์โนลด์ คือ

$$\left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu} \right)_{\text{prototype}} = \left(\frac{\rho U_\infty D}{\mu} \right)_{\text{model}} \quad \text{เพื่อกำหนดขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอกและสมบัติของ}$$

ของไหลที่ไหลผ่าน อันได้แก่ ความหนาแน่น (ρ) และ ความหนืดพลศาสตร์ของของไหล (μ)

3.11 เงื่อนไขขอบการวิเคราะห์ (Boundary Conditions)

ในการศึกษาเชิงคำนวณของของไหลพลศาสตร์นั้นสิ่งสำคัญที่จำเป็น คือ การระบุเงื่อนไขการวิเคราะห์ (boundary condition) และค่าปริมาณฟลักซ์เริ่มต้น (initial value) ต้องมีความสอดคล้องกับพฤติกรรมการไหลจริง โดยทั่วไปจากเงื่อนไขข้างต้นทำให้มีความจำเป็นต้องระบุปริมาณและเงื่อนไขการไหลที่โครงสร้างย่อยการคำนวณบริเวณที่เกี่ยวข้อง อันได้แก่ เงื่อนไขการไหลเข้าพื้นที่การวิเคราะห์ (fluid inlet) เงื่อนไขการไหลออก (fluid outlet) ผลของผนัง (wall) และบริเวณการไหลอิสระที่ขอบนอกซึ่งการศึกษานี้ให้เงื่อนไขแบบคาบระหว่างคู่ขอบนอกที่เหมือนกัน (periodic boundary) สำหรับภาพที่ 3.9 ได้แสดงการใช้โครงสร้างย่อยการคำนวณชนิดคงที่ (fixed mesh) โดยระนาบในระบบคาร์ทีเซียน (x,y,z) และผนังเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบให้กับสนามการคำนวณของไหลพลศาสตร์ซึ่งเหมาะสำหรับรูปทรงกระบอกราบเรียบและทรงกระบอกติดตั้งดิสก์เนื่องจากเมื่อทรงกระบอกหมุนไม่ส่งผลกระทบต่อขนาด mesh รอบรูปทรงนั้นเนื่องจากระยะห่างจากศูนย์กลางถึงผนังมีระยะคงที่ สำหรับทรงกระบอกเขาวงกตมีความจำเป็นต้องกำหนดให้ผนังทรงกระบอกเขาวงกตหนึ่งแต่ละโดเมนรอบผนังที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 1.1D ให้หมุน (rotating mesh) สำหรับตารางที่ 3.3 ได้แสดงรายละเอียดเงื่อนไขขอบของแต่ละฟลักซ์



ภาพที่ 3.9 ระนาบเพื่อกำหนดเงื่อนไขขอบของสนามการคำนวณอากาศพลศาสตร์

ตารางที่ 3.3 เงื่อนไขขอบของแต่ละฟลักซ์การไหลของโมเมนตัมและพลังงานการไหลปั่นป่วน

Face	Boundary Condition	U	V	W	k	ε	P
west	inlet	1	0	0	$(IU_\infty)^2$ when $I = 1\%$	$\frac{c_\mu k^2}{\beta v}$ when $\beta = 10$	$\frac{\partial P}{\partial x_i} = 0$
east	Far Field	$n \cdot \nabla U = 0$	$n \cdot \nabla V = 0$	$n \cdot \nabla W = 0$	$n \cdot \nabla k = 0$	$n \cdot \nabla \varepsilon = 0$	0
bottom	periodic I	$\phi_{j-1} = \phi_{j-Nj-1}$ and $\phi_{j-Nj} = \phi_{j-2}$ when $\phi = U, V, W, k, \varepsilon$ and P					
top							
south	periodic II	$\phi_{k-1} = \phi_{k-Nk-1}$ and $\phi_{k-Nk} = \phi_{k-2}$ when $\phi = U, V, W, k, \varepsilon$ and P					
north							
Cylinder	wall	0	0	0	$\frac{\partial k}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0$	$\frac{\partial P}{\partial n} = 0$
Deformation Mesh	Rotating Domain	$-2\alpha U_\infty \sin\theta \frac{ \vec{PC} }{D}$ เมื่อ P คือจุดในโครงสร้างหมุน C คือจุดศูนย์กลางทรงกระบอก	$2\alpha U_\infty \cos\theta \frac{ \vec{PC} }{D}$ เมื่อ P คือจุดในโครงสร้างหมุน C คือจุดศูนย์กลางทรงกระบอก	0	$\frac{\left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)}{\sqrt{c_\mu}}$ $, y \leq y_v$ k_p $, y > y_v$	$\varepsilon = \frac{2\nu k_p}{y_v^2}$ $, y \leq y_v$ $\varepsilon = \frac{k_p^{3/2}}{C_1 y}$ $, y > y_v$	P-V Couple SIMPLE Algorithm
	Continuity on Interior Boundary	$\nabla \cdot (U\vec{i} + V\vec{j} + W\vec{k}) = 0$ at identity pair element					

3.11.1 ของไหลไหลเข้าพื้นที่การวิเคราะห์ (Fluid inlet)

ในการศึกษาของรูปแบบการไหลไหลผ่านภายนอกนี้ จำเป็นต้องมีการระบุปริมาณฟลักซ์การไหลที่คงที่ทั้งส่วนปริมาณการพาได้แก่ตัวแปรความเร็ว ซึ่งมีการระบุเงื่อนไขไหลผ่านขนานกับกับแกน x จากซ้ายไปขวา คือ $U=1$ และ $V=0$ ดังภาพที่ 3.3(ค) และฟลักซ์การไหลที่เกี่ยวข้องกับการไหลปั่นป่วน คือ ค่าพลังงานการไหลปั่นป่วนและอัตราการผลิตกระจายตัว โดยการระบุค่าจำเป็นต้องใช้ความสัมพันธ์แบบการไหลผ่านภายนอก คือ

$$k = (IU_\infty)^2 \quad (3.39)$$

เมื่อ

U_∞ คือ อัตราการไหลเข้าพื้นที่การวิเคราะห์ (m/s)

I คือ ความเข้มของการไหลแบบปั่นป่วน โดย

$I = 1\%$ เมื่อ $Re. = 100,000$ (Takayama and Aoki, 2005)

สำหรับอัตราการฟุ้งกระจายตัวสำหรับการไหลผ่านภายนอกต้องทำการประมาณค่า อัตราส่วนความหนืดการไหลปั่นป่วน (turbulent viscosity ratio ; β) ซึ่งเป็นสัดส่วนระหว่างสัมประสิทธิ์ความหนืดจำเพาะการไหลปั่นป่วนเทียบกับสัมประสิทธิ์ความหนืดจลน์จำเพาะของของไหล (ν_t/ν) ซึ่งโดยทั่วไปอัตราส่วนที่ใช้สำหรับการไหลผ่านภายนอกแบบอิสระจะประมาณค่าที่ $\beta = 10$ โดยการประมาณค่าอัตราการฟุ้งกระจายตัวของไหลปั่นป่วน คือ

$$\varepsilon = \frac{c_\mu k^2}{\beta \nu} \quad (3.40)$$

เมื่อ

c_μ คือ ค่าคงตัวสัมประสิทธิ์ความหนืด (viscosity proportional constant : 0.09)

3.11.2 ของไหลไหลออกพื้นที่การวิเคราะห์ Fluid outlet

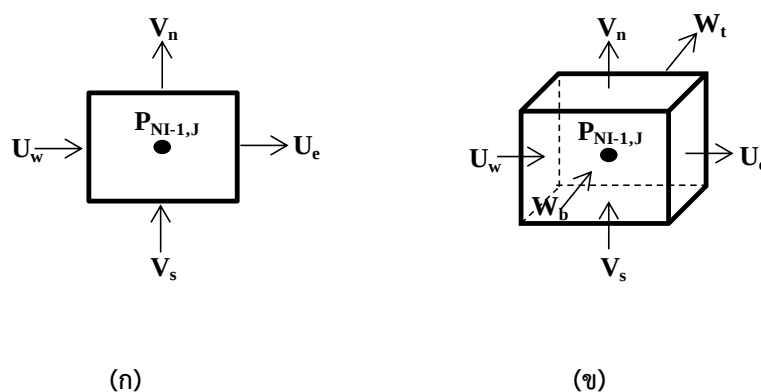
1) ความดันคงที่สำหรับการพา (Fixed Pressure or uniform pressure boundary condition for pressure and convection)

ความดันคงที่มีความจำเป็นต้องระบุสำหรับการวิเคราะห์ของไหลไหลผ่านภายนอกวัตถุ โดยเบื้องต้นนั้นความดันสัมบูรณ์ในการวิเคราะห์ (absolute pressure) มีความสัมพันธ์กับความดันปรับแก้ในการประมวลผล (solver pressure) และความดันอ้างอิง (reference pressure) $P_{abs} = P_{solver} + P_{ref}$ ดังนั้นที่จุดอ้างอิงการวิเคราะห์จำเป็นต้องกำหนดค่าความดันเพื่อใช้สำหรับปรับแก้ความดันทุกปริมาตรวิเคราะห์ตลอดพื้นที่การคำนวณ ที่จุดอ้างอิงสำหรับการไหลผ่านภายนอกนี้จะถือเป็นสถานะความดันบรรยากาศ (atmospheric pressure) และมีตัวปรับแก้ความดัน (pressure correction) เป็น 0 จากความสัมพันธ์นี้ทำให้สามารถแปลความหมายจากตัวอย่างเช่น หากที่

จุดอ้างอิงต้องการแสดงถึงค่าความดันสัมบูรณ์ที่จุดอ้างอิงเป็น 1 atm หากระบุความดันที่จุดอ้างอิงเป็น 0 atm จะทำให้ตัวประมวลผลเกิดการวิเคราะห์ความดันที่ 1 atm เพื่อให้สอดคล้องกับความดันสัมบูรณ์ที่ต้องการ สำหรับการระบุตำแหน่งจุดอ้างอิงความดันจะระบุที่โหนดการคำนวณก่อนสุดท้ายเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาตามเงื่อนไขการไหลภายนอกหรือไหลอิสระได้

2) ความเร็วบริเวณที่ของไหลไหลออก (Outlet velocity)

ที่บริเวณปริมาตรการวิเคราะห์สุดท้ายที่บริเวณออกจากพื้นที่การคำนวณ หากมีการใช้เงื่อนไขขอบการวิเคราะห์เป็นความดันคงที่ที่บริเวณการคำนวณของไหลสู่สภาวะบรรยากาศแล้ว ในกรณีการวิเคราะห์แบบไฟไนต์อีลิเมนต์นั้นจะมีการสร้างแกรเดียนตามแนวตั้งฉากกับระนาบดังตารางที่ 3.5 หากเป็นการวิเคราะห์แบบไฟไนต์วอลุ่มจะไม่จำเป็นต้องระบุค่าปริมาณความเร็วหรือเงื่อนไขอื่นได้ เพราะความเร็วที่เกิดขึ้นจะอยู่ในรูปแบบการอนุรักษ์เชิงมวลในปริมาตรการวิเคราะห์นั้น ภาพที่ 3.10 ซึ่งเป็นการแสดงปริมาตรวิเคราะห์ที่มีการระบุเงื่อนไขขอบเป็นความดันคงที่ จากภาพที่ 3.10(ข) พบว่าความเร็วที่หน้าตัดผิวข้างในทิศ east north และ south (u_e , v_n และ v_s) ของลูกบาศก์ทรงสี่เหลี่ยมที่ถูกระบุความดันคงที่ หาค่าได้จากการคำนวณจากสมการโมเมนตัมของความเร็ว U และ V ซึ่งการวิเคราะห์ค่า u_w พิจารณาจากสมการอนุรักษ์มวล (mass conservation equation) ดังสมการที่ (3.41ก) และ (3.41ข)



ภาพที่ 3.10 โครงสร้างการคำนวณที่มีการระบุความดันคงที่ในการไหล (ก) 2 มิติ และ (ข) 3 มิติ

สมการอนุรักษ์มวลในการไหล 2 มิติ ที่ปริมาตรการคำนวณความดันคงที่

$$u_w = \frac{(pvA)_n - (pvA)_s + (puA)_e}{(\rho A)_w} \quad (3.41ก)$$

สมการอนุรักษ์มวลในการไหล 3 มิติ ที่ปริมาตรการคำนวณความดันคงที่

$$u_w = \frac{(pvA)_n - (pvA)_s + (pwA)_t - (pwA)_b + (puA)_e}{(\rho A)_w} \quad (3.41ข)$$

3) ไม่มีการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์การไหลแบบปั่นป่วน (Zero gradient for turbulent quantities)

สำหรับฟลักซ์ปริมาตรการไหลแบบปั่นป่วน k และ ϵ ที่บริเวณปริมาตรวิเคราะห์ทางออกสู่บรรยากาศนั้นสามารถใช้เงื่อนไขขอบของนอยมันน์ (the Neumann boundary condition) ซึ่งมีอนุพันธ์ของฟลักซ์การไหลเมื่อเทียบกับระยะทางในแนวตั้งฉากเป็น 0 ($\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$) หรือกล่าวได้ว่าปริมาณฟลักซ์การไหลระหว่างคู่ปริมาตรวิเคราะห์ที่ติดกันในแนวตั้งฉากมีปริมาณที่เท่ากันนั่นเอง

3.11.3 ผนัง (Wall)

เงื่อนไขแบบผนังในการศึกษาครั้งนี้ถือได้ว่าเป็นสิ่งที่สำคัญมากเพราะจะทำให้เกิดการก่อกวนการไหลอันหมายถึงของไหลที่ไหลผ่านจะเกิดการสัมผัสกับสิ่งกีดขวางทำให้เกิดรูปแบบการไหลที่มีโครงสร้างซับซ้อนกว่าการไหลแบบไม่มีสิ่งก่อกวน ในการวิเคราะห์การไหลที่ผนังจะเกิดเงื่อนไขที่สำคัญ คือ จะไม่มีความเร็วทุกองค์ประกอบที่ผนังและจะเกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงความเร็วที่สูง (steep gradient velocity) ในทิศทางตั้งฉากกับผนังโดยปริมาณความเร็วที่โหนดนั้นจะถูกดิสครีไทซ์ตามสมการโมเมนตัม ซึ่งการระบุเงื่อนไขผนังแบบนี้สำหรับปัญหาที่มีความเกี่ยวข้องดังภาพที่

กรณีที่ผนังมีการเคลื่อนที่หรือมีความเร็วที่ผนังนั้นสามารถทำการวิเคราะห์ได้โดยเทคนิคการพิจารณาจากอัตราสัมพัทธ์ระหว่างความเร็วที่ผนังกับความเร็วที่โหนดใดๆ ($U_p - U_{wall}$) ซึ่งเป็นผลทำให้การวิเคราะห์ปริมาณความเค้นเฉือนที่เกิดขึ้นจะพิจารณาจากความเร็วสัมพัทธ์เช่นกัน



ภาพที่ 3.11 การระบุเงื่อนไขขอบแบบผนังสำหรับปัญหาทรงกระบอกผนังแบบ (ก) ราบเรียบ และ (ข) เซาะร่อง

นอกจากนี้สำหรับฟลักซ์ปริมาณการไหลปั่นป่วนจะมีขนาดที่ผนังตามปรากฏการณ์จริงตามกฎที่ระบุและในทำนองเดียวกันจะเกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงปริมาณฟลักซ์การไหลปั่นป่วนในทิศทางตั้งฉากกับผนังที่สูง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงฟลักซ์การพาและการไหลปั่นป่วนจะเกิดขึ้นเป็นแบบเส้นตรงอาจส่งผลให้ได้รับผลการวิเคราะห์ที่คลาดเคลื่อนจากปรากฏจริง ดังนั้นหากมีการวิเคราะห์โดยใช้แบบจำลองอื่นเข้ามาเพื่อให้ปริมาณฟลักซ์การไหลที่โหนดถัดจากผนังในแนวตั้งฉากมีการเปลี่ยนแปลงไม่เป็นเส้นตรงหรือเป็นไปตามพฤติกรรมจริงของเลเยอร์การไหลที่ผิวจะทำให้ความแม่นยำของการศึกษาสูงกว่า ซึ่งการศึกษาครั้งนี้มีการกำหนดแบบจำลองชนิด high-Reynolds number ซึ่งหมายถึงโหนดแรกถัดจากผนังในแนวตั้งฉากอยู่ในบริเวณการไหลปั่นป่วนเต็มรูปแบบซึ่งความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงในแบบฟังก์ชันลอการิทึมและมีการปรับปรุงอัตราการสร้างการไหลปั่นป่วน (turbulent production rate; P_k) ที่โหนดในบริเวณเลเยอร์การไหลปั่นป่วนเต็มรูปแบบทั้งปริมาณฟลักซ์การไหลปั่นป่วน k และ ϵ จะมีการปรับแก้ให้เป็นไปตามแบบจำลองดังกล่าว (รายละเอียดจะกล่าวในบทต่อไป) นอกจากนี้การศึกษานี้ถือว่าผนังทรงกระบอกมีความเป็นฉนวนหรือมีคุณสมบัติไปตามกระบวนการอะเดียแบติก (adiabatic process) คือ ไม่มีการถ่ายเทความร้อนระหว่างโหนดเกิดขึ้น

ในกรณีการพิจารณาจาก rotating mesh นั้น จะมีการถ่ายเทโมเมนตัมกันระหว่างสนามการไหลทั่วไปที่อยู่ถัดออกไปจาก rotating mesh กับ บริเวณ rotating mesh ซึ่งที่รอยต่อนั้นจะเป็นไป

ตามสมการอนุรักษ์โมเมนตัม ซึ่งสนามของ rotating mesh จะมีพฤติกรรมไปตามสมการกำหนดความเร็วของ mesh ในแนวเสีรูปตั้งฉาก ($\mathbf{X}$, prescribed normal mesh velocity)

$$\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_{\text{mbs}} \quad (3.42)$$

เมื่อ $\mathbf{v}_0$ คือ ค่าความเร็วในแนวตั้งฉากที่ออกแบบ (a desired normal mesh)

$\mathbf{v}_{\text{mbs}}$ คือ ค่าปรับค่าเพื่อให้เกิดความเร็วยาวเรียบ (a smoothing velocity)

โดย

$$\mathbf{v}_{\text{mbs}} = \delta_{\text{mbs}} |\mathbf{v}_0| h H \quad (3.43)$$

และขนาดค่าเฉลี่ยความโค้งของผิวโครงสร้างย่อย (H , the mean surface curvature)

$$H = -\frac{1}{2} \nabla_T \cdot \mathbf{n} \quad (3.44)$$

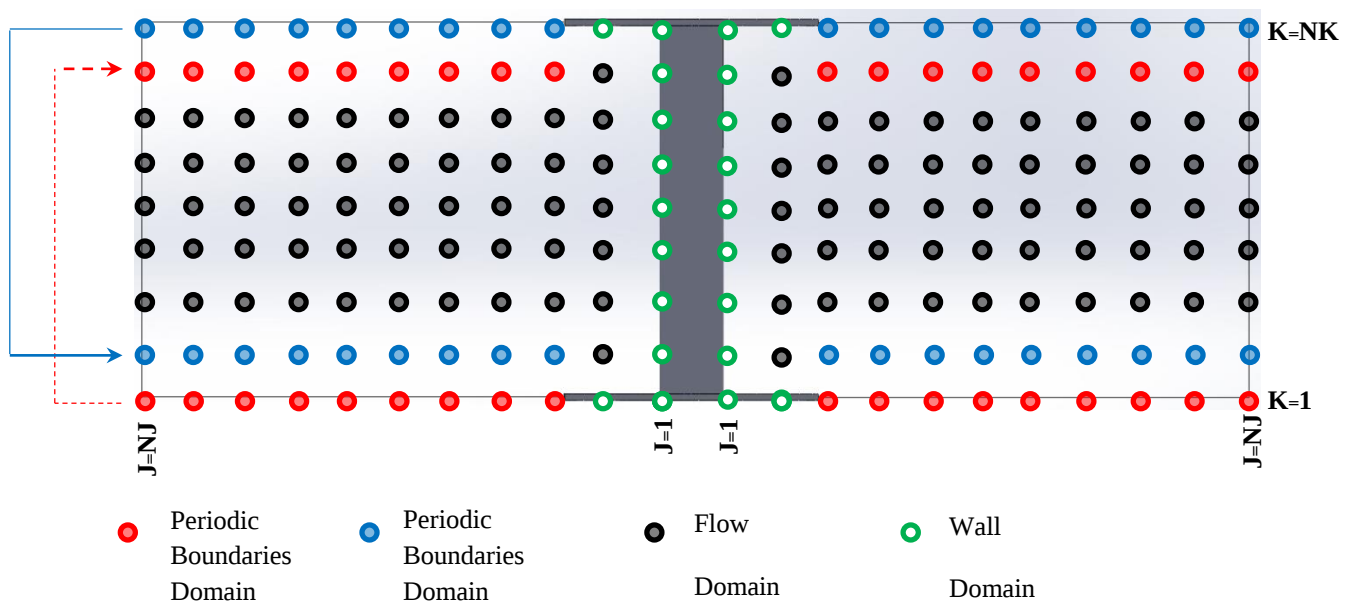
เมื่อ δ_{mbs} คือ ค่าคงตัวสำหรับปรับความเรียบของความเร็ว (a moving boundary smoothing tuning parameter) , 0.5

h คือ ขนาดโครงสร้างย่อยคำนวณ (the mesh elementary size)

∇_T คือ กราเดียนต์ของเวกเตอร์ผิว (the surface gradient)

3.11.4 คาบคู่เสมือน (Periodic / cyclic boundary conditions)

การใช้เงื่อนไขขอบเขตคาบคู่เสมือน (periodic boundary condition) ได้ถูกนำมาใช้ในการให้เงื่อนไขที่บริเวณการไหลอิสระซึ่งอยู่ห่างจากทรงกระบอก ภาพที่ 3.12 ได้แสดงพื้นที่การคำนวณในลักษณะ 2 มิติ โดยมีการกำหนดปริมาณฟลักซ์การไหลทั้งปริมาณการพาและการไหลปั่นป่วนให้มีความสัมพันธ์ตามเงื่อนไข ในกรณีการกำหนดสนามการคำนวณในระบบแกนทรงกระบอกเมื่อ J คือ โหนดตามแนวรัศมี r และ K คือ โหนดตามแนวแกน z คือ เมื่อฟลักซ์ไหลออกจาก $K = NK - 1$ จะไหลเข้าที่ระนาบ $K = 1$ (สัญลักษณ์ “สีแดง”) ซึ่งสามารถสร้างความสัมพันธ์ได้ คือ $\phi_{K=1} = \phi_{K=NK-1}$ และในขณะเดียวกันมีฟลักซ์ไหลเข้าที่ระนาบ $K = NK$ จะไหลเข้าที่ $K = 2$ (สัญลักษณ์ “สีน้ำเงิน”) ซึ่งสามารถสร้างความสัมพันธ์ได้ คือ $\phi_{K=NK} = \phi_{K=2}$ เช่นกัน



ภาพที่ 3.12 การกำหนดเงื่อนไข periodic boundary condition ที่บริเวณการไหลแบบอิสระห่างจากทรงกระบอก

3.12 บทสรุป (Concluding Remarks)

การศึกษานี้ได้มีการใช้โปรแกรม COMSOL Multiphysics 5.6 ภายใต้การใช้งานโมดูล CFD โดยพื้นที่การวิเคราะห์ของการไหลผ่านทรงกระบอกแบบต่างๆเป็นการไหลภายนอก ซึ่งมีขนาดความกว้างของโดเมนการวิเคราะห์เป็นสี่เท่าของเส้นผ่านศูนย์กลาง และโครงสร้าง mesh การคำนวณแบบคงที่ (fixed mesh) โดยมีโครงสร้างย่อยการคำนวณที่แน่นอน (structured grid) แบบปริมาตรทรงจตุรมุข (tetrahedral element) สำหรับปัญหาทรงกระบอกซึ่งเป็นวัตถุขวางเส้นทางการไหลแบบผิวโค้งราบเรียบ และการใช้โครงสร้าง mesh การคำนวณแบบเสียรูปเพื่อหมุน (moving mesh) สำหรับปัญหาไหลผ่านทรงกระบอกเขี้ยวร่องที่หมุน และปริมาณพลศาสตร์การไหลในพื้นที่การวิเคราะห์ทุกโครงสร้างย่อยการคำนวณถูกดิสครีไทซ์แบบ finite element discretization scheme ซึ่งทำให้สามารถพิจารณาผลการเปลี่ยนแปลงปริมาณพลศาสตร์ระหว่างโครงสร้างย่อยการคำนวณสำหรับสมการอนุพันธ์อันดับสูงได้ดี

นอกจากนี้ในการวิเคราะห์ปริมาณพลักซ์การไหลนี้ ได้ใช้ระเบียบวิธีเชิงตัวเลขต่างๆ เข้ามาเพื่อแก้ปัญหาจากสมการหลัก คือ การจัดรูปความสัมพันธ์ระหว่างเมทริกซ์สัมประสิทธิ์ปริมาณพลักซ์การไหลที่ตำแหน่งต่างๆ กับ แหล่งแจกจ่ายปริมาณการไหลแบบปั่นป่วน การพิจารณาพลักซ์การไหลแบบไม่คงตัวโดยระเบียบวิธี the Crank-Nicolson scheme และมีการแก้ระบบสมการโดยวิธี Geometric Multigrid (GMG) ซึ่งมีการใช้เมทริกซ์ลาลองก่อนทำซ้ำด้วยระเบียบวิธีทำซ้ำแบบเกาส์-ไซดอล ต่อไปเพื่อได้มาซึ่งการลู่เข้าของคำตอบได้ดี โดยมีการใช้ตัวประกอบค่าผ่อนปรนเพื่อส่งเสริมการลู่เข้าหาคำตอบได้ ในขณะเดียวกันมีการให้ความสัมพันธ์ควบคู่ระหว่างความดันและความเร็วในรูปแบบ the SIMPLE algorithm เพื่อใช้วิเคราะห์หาความดันจากการดิสครีไทซ์ความเร็วอันเนื่องมาจากสมการหลักไม่ได้ให้ความสัมพันธ์แบบชัดแจ้งของปริมาณความดันที่เกิดขึ้น

สำหรับเงื่อนไขขอบเป็นสิ่งสำคัญที่จำเป็นต้องระบุเพื่อให้ได้คำตอบที่มีความสอดคล้องกับสภาพการไหลจริงและเงื่อนไขเริ่มต้นให้มีความสอดคล้องกันสมบัติของไหลและการไหลแบบปั่นป่วน โดยการระบุเงื่อนไขหรือสมบัติการไหลได้อาศัย the scaling rule เพื่อลดขนาดพื้นที่การวิเคราะห์และส่งผลกระทบต่อสมบัติของไหลที่เป็นเงื่อนไขเริ่มต้นได้

อย่างไรก็ตามในการได้มาซึ่งการทำนายพฤติกรรมกรการไหลที่แม่นยำ ตัวแบบจำลองที่เลือกใช้ต้องมีความเหมาะสมและสอดคล้องกับสภาวะความปั่นป่วนการไหล ซึ่งตัวแบบจำลองที่ใช้เป็นสมการหลัก ได้พัฒนาขึ้นมาโดยมีความเกี่ยวข้องกับพฤติกรรมจริงที่เกิดขึ้นซึ่งจะกล่าวถึงในบทต่อไป

บทที่ 4

แบบจำลองการไหลปั่นป่วนและทั่วไป

วัตถุประสงค์หลักของบทนี้เป็นการแสดงถึงพื้นฐานของสมการการไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งสมการที่ใช้สามารถพิจารณาถึงผลของการไหลในทุกระดับการปั่นป่วนซึ่งมีขนาดทั้งลมหมุนขนาดเล็กและขนาดใหญ่ โดยผลที่ได้อยู่ในรูปของการไหลชั่วขณะทุกช่วงเวลาที่ทำการศึกษา ซึ่งทำให้การประมวลผลมีการใช้ทรัพยากรเพื่อใช้การคำนวณมาก โดยสมการที่นิยมใช้ คือ สมการนาเวียร์-สโตกส์ ซึ่งมีองค์ประกอบจากส่วนสมการการไหลต่อเนื่องและส่วนสมการอนุรักษ์โมเมนตัมของไหล

สมการไหลต่อเนื่อง (Continuity equation)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j) = 0 \quad (4.1)$$

จากการพิจารณาบนพื้นฐานของแรงกระทำในปริมาตรควบคุม จะมีลักษณะ คือ ผลของแรงทั้งหมดที่กระทำกับผิวข้างของลูกบาศก์เกิดจากแรงทั้งจากความดันและความเค้นเฉือน และอาศัยผลของความแตกต่างของโมเมนตัมเนื่องจากการไหลระหว่างการไหลเข้าและไหลออกตามกฎข้อที่สองของนิวตัน ทำให้สามารถสร้างสมการการอนุรักษ์โมเมนตัม ดังสมการที่ (4.2)

สมการอนุรักษ์โมเมนตัม (Momentum equation)

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho U_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_i U_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j}) \quad (4.2)$$

โดยที่

U_i, U_j คือ ความเร็วชั่วขณะของแต่ละแกน

P คือ ความดันชั่วขณะ

μ คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดจลน์

ρ คือ ความหนาแน่นของของไหล

เพื่อประโยชน์ในการวิเคราะห์พฤติกรรมการไหลด้วยทรัพยากรการประมวลผลที่น้อย เมื่อสมการที่ (4.1) และ (4.2) ถูกเปลี่ยนรูปให้อยู่ในสมการที่แสดงถึงค่าเฉลี่ยของการไหลโดยอาศัยกฎการหาค่าเฉลี่ยของคุณสมบัติกว้าง (rule to govern times averages of fluctuation properties) จึงได้สมการค่าเฉลี่ยนาเวียร์-สโตกส์ (The Reynolds averaged Navier-Stokes equations : RANS) คือ

สมการค่าเฉลี่ยเรย์โนลด์สำหรับของไหลไม่ยุบตัวในสภาวะไหลต่อเนื่อง (The Reynolds averaged continuity equation for mean incompressible flow)

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_j) = 0 \quad (4.3)$$

สมการค่าเฉลี่ยของการอนุรักษ์โมเมนตัม (The time-averaged mean momentum equation)

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{U}_i)}_{\text{อัตราเปลี่ยนโมเมนตัม}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{U}_i \bar{U}_j)}_{\text{เทอมการพาการไหล}} = - \underbrace{\frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i}}_{\text{เทอมสร้างความดันป่วน}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) \right)}_{\text{เทอมฟุ้งกระจาย}} - \underbrace{\rho \overline{u'_i u'_j}}_{\text{เทอมถ่ายโอนระดับการไหลปั่นป่วน}} \quad (4.4)$$

เมื่อ

$\bar{U}_i$ คือ ค่าเฉลี่ยของเวกเตอร์ความเร็วในแต่ละแกน

u'_i คือ ส่วนกวัดแกว่งของความเร็ว

$\overline{u'_i u'_j}$ คือ ค่าเฉลี่ยความเค้นเรย์โนลด์

$\bar{P}$ คือ ค่าเฉลี่ยความดัน

สมการที่ (4.4) ประกอบด้วย 5 ส่วนหลัก คือ ส่วนของอัตราการเปลี่ยนแปลงโมเมนตัม ส่วนของการพาการไหล ส่วนการสร้างความดันป่วนการไหลจากความดัน ส่วนการฟุ้งกระจาย และส่วนการสร้างพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน

เพื่อเป็นการศึกษาเชิงคำนวณให้ได้มาซึ่งพฤติกรรมการไหลที่มีความแม่นยำและสอดคล้องกับพฤติกรรมการไหลในปรากฏการณ์จริงที่เกิดขึ้นในสมการ RANS นั้น นักวิจัยต่างๆ พยายามพัฒนาเทอมสุดท้ายซึ่งเป็นการสร้างพลังงานการไหลปั่นป่วนโดยการเพิ่มความสัมพันธ์ของความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ $\overline{\rho u'_i u'_j}$ ที่ปรากฏในสมการ RANS สำหรับความสัมพันธ์ที่สร้างขึ้นมาก่อให้เกิดแบบจำลองทางคณิตศาสตร์หลายรูปแบบ ซึ่งเนื้อหาส่วนนี้จะแสดงเฉพาะแบบจำลองที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัยนี้เท่านั้น

4.1 สมการ the basic eddy viscosity model

สมการ eddy viscosity mode เกิดจากการสร้างความสัมพันธ์ของการถ่ายโอนพลังงานระหว่างของไหลไหลกับลมหมุนขนาดใหญ่ และเกิดการถ่ายเทพลังงานระหว่างลมหมุนจมีขนาดเล็กลงเรื่อยๆ เล็กจนกระทั่งเกิดการสร้างพลังงานความร้อนขึ้น ซึ่งไปตามหลักการ Kolmogorov scale โดยกลไกนี้ทำให้สามารถสร้างความสัมพันธ์ความเค้นเฉือนเรย์โนลด์ ในเทอม $-\frac{\partial}{\partial x_j}(\overline{\rho u'_i u'_j})$ ของสมการ RANS สมการที่ (4.4) ซึ่งก่อให้เกิดการประมาณการระดับพลังงานในแต่ละทิศทางตามหลักการ Boussinesq approximation ดังสมการที่ (4.5) ซึ่งเกี่ยวข้องกับความเค้นเฉือนเนื่องจากความหนืด (viscous stresses)

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho \delta_{ij} k \quad (4.5)$$

โดย

$\overline{u'_i u'_j}$ คือ Reynolds stress tensor

μ_t คือ the turbulent viscosity

k คือ the turbulent kinetic energy

δ_{ij} คือ Kronecker delta, $\begin{bmatrix} \delta_{ij} = 1 \text{ when } i = j \\ \delta_{ij} = 0 \text{ when } i \neq j \end{bmatrix}$

เมื่อ ค่าความหนืดเนื่องจากการไหลปั่นป่วน (the turbulent viscosity : μ_t) คือ ความหนืดขณะมีการไหล และค่าความหนืดเชิงโมเลกุล (the molecular viscosity : μ) เป็นสมบัติของสาร โดยทั้งสองปริมาณนี้มีความเกี่ยวข้องในการทำให้ของไหลเสียรูปได้เช่นกัน

จากหลักการ the Boussinesq approximation ค่าพลังงานในแต่ละทิศทางสามารถสร้างได้เป็น

$$\overline{u'^2} = \frac{2}{3}k - 2\mu_t \frac{\partial \overline{U}}{\partial x} \quad (4.6ก)$$

$$\overline{v'^2} = \frac{2}{3}k - 2\mu_t \frac{\partial \overline{V}}{\partial y} \quad (4.6ข)$$

$$\overline{w'^2} = \frac{2}{3}k - 2\mu_t \frac{\partial \overline{W}}{\partial z} \quad (4.6ค)$$

เนื่องจากขนาดของอัตราการเปลี่ยนแปลงในองค์ประกอบเดียวกับแนวขนานกับทิศทางการเคลื่อนที่ $\frac{\partial \overline{U}}{\partial x}$, $\frac{\partial \overline{V}}{\partial y}$ และ $\frac{\partial \overline{W}}{\partial z}$ มีขนาดที่น้อยมาก ดังนั้นจึงสามารถประมาณค่าได้ดัง สมการที่ (4.6)

$$\overline{u'^2} \cong \overline{v'^2} \cong \overline{w'^2} \cong \frac{2}{3}k \quad (4.6)$$

ซึ่งสมการนี้พบว่าความเค้นเฉือนในแนวตั้งฉากมีขนาดเท่ากันทุกทิศทาง ซึ่งในความเป็นจริง สำหรับการไหลในบางกรณีพบว่าความเค้นเฉือนแต่ละทิศทางมีการกระจายตัวไม่เท่ากัน (anisotropic behaviour) ซึ่งจำเป็นต้องมีการปรับปรุงแบบจำลองให้รองรับการกระจายตัวในทิศทางดังกล่าวต่อไป

4.2 แบบจำลอง k-ε turbulence model

สมการเพื่อพิจารณาการไหลปั่นป่วนเริ่มต้น ถูกพัฒนาจาก Launder and Sharma (1974) ในรูปแบบของ standard k-ε model ซึ่งประกอบด้วย สมการการถ่ายเทระดับพลังงานจลน์ของการไหลปั่นป่วน (k) และอัตราการฟุ้งกระจายตัวของการไหลปั่นป่วน (ε) ดังสมการที่ (4.7) และ (4.8) ซึ่งเป็นสมการสำหรับการไหลแบบไม่ยุบตัว (incompressible flow)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho U_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma^{(k)}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + \rho(P_k - \varepsilon - D) \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \overline{U_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} v_t \left(\frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{U_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{U_i}}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

(4.8)

โดยในสมการนี้มีค่าคงที่เพื่อใช้ในการปรับค่าการไหลบริเวณใกล้ผนังหรือทำการปรับค่าเพื่อควบคุมค่าสูงสุดของความหนืดในการไหลปั่นป่วนหรือเป็นค่าควบคุมสัดส่วนระหว่าง k กับ ε คือ c_μ , C_{ε_1} , C_{ε_2} , $\sigma^{(k)}$ และ σ_ε ที่หามาจากการทดลองโดยพิจารณาจากสภาวะต่างๆ คือ สภาวะสมดุลเลเยอร์ อัตราการสูญเสียความเป็นเนื้อเดียวของการไหล นอกจากนี้ยังสามารถหาค่า ความหนืดการไหลปั่นป่วน (The turbulent viscosity : ν_t) ได้ดังสมการที่ (4.9)

$$\nu_t = \frac{c_\mu k^2}{\varepsilon} \quad (4.9)$$

ตารางที่ 4.1 สัมประสิทธิ์ค่าคงที่สำหรับแบบจำลองประเภท High-Re turbulence model

Turbulence model	C_μ	C_{ε_1}	C_{ε_2}	$\sigma^{(k)}$	σ_ε	S_t
Launder and Spalding (1974)	0.09	1.44	1.92	1.0	1.3	0

4.3 สมการการไหลที่ผนัง (Near-Wall Region)

เนื่องจากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้มีความเกี่ยวข้องกับปริมาตรคำนวณบริเวณรอบผนังมีระยะห่างมาก ซึ่งทำให้ปริมาตรคำนวณเหล่านี้อยู่ในเลเยอร์การไหลปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ (fully turbulent region) ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วในแนวสัมผัสกับผนังเป็นไปตามกฎ The "logarithmic region" ซึ่งต้องมีค่าไรหน่วยต่างๆ ที่ต้องทำการวิเคราะห์

ค่าระยะทางไรหน่วย (The non-dimensional distance : y^+) คือ

$$y^+ = \frac{y \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}}}{\nu} \quad (4.10)$$

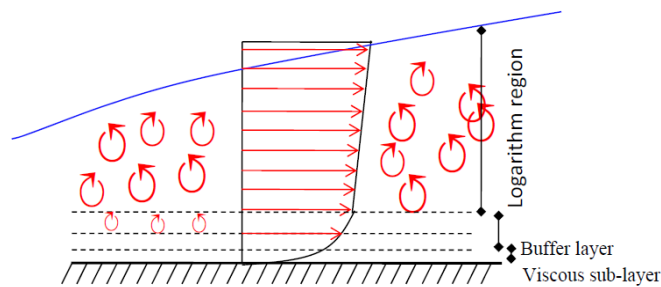
ค่าความเร็วไร้หน่วย (non-dimensional velocity : U^+) คือ

$$U^+ = \frac{U}{(\tau_w/\rho)^{\frac{1}{2}}} \quad (4.11)$$

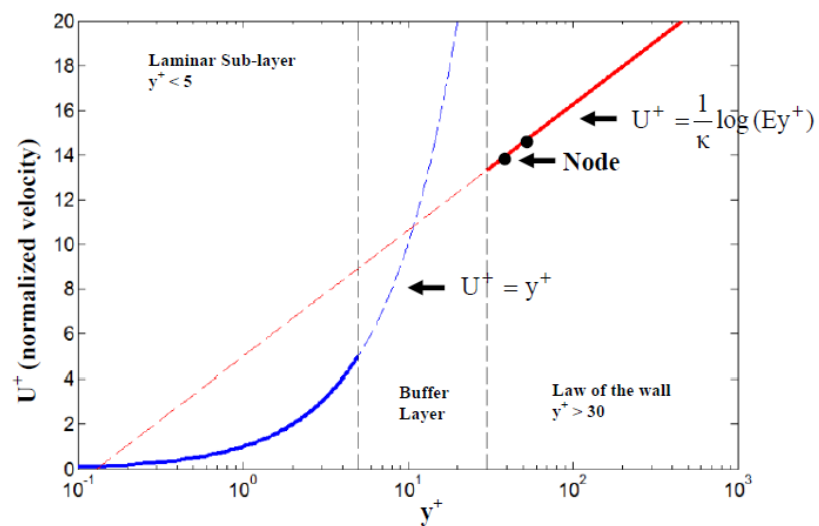
โดยที่

y คือ ระยะห่างระหว่างโหนดในแนวตั้งฉากกับผนัง

ν คือ สัมประสิทธิ์ความหนืดจำเพาะ



(ก)



(ข)

ภาพที่ 4.1 แผนภาพพฤติกรรมกรไหล (ก) พฤติกรรมของเลเยอร์ที่ระยะห่างจากผนัง (ข) ความสัมพันธ์ไร้หน่วยระหว่างความเร็วกับระยะห่างตามกฎ the logarithmic region

4.3.1 สมการมาตรฐานการไหลใกล้ผนัง (Standard (log-law-based) Wall Function)

ความสัมพันธ์ของกฎของ The log-law formulation สร้างมาจากความสัมพันธ์ local equilibrium และ the length scale มีขนาดโตแปรผันตรงกับระยะทาง โดยเฉพาะนอกบริเวณ viscous sub-layer ($30 < y^+ < 250$) จาก length scale (l_m) ซึ่งมีความสัมพันธ์ $l_m = \kappa y$ จึงสามารถสร้างความสัมพันธ์ the Log-law formulation ได้เป็น

$$U^+ = \frac{1}{\kappa} \log(Ey^+) \quad (4.12)$$

โดย κ คือ ค่าคงตัว the Von Karman constant ($\kappa = 0.41$)

E คือ ค่าคงที่การอินทิเกรตจากกฎ The log-law formulation ($E = 9$)

4.3.2 สมการมาตรฐานการไหลใกล้ผนังที่ปรับปรุง (Updated Standard Wall Function)

เนื่องจากสมการ law of log ยังมีข้อจำกัดสำหรับบางบริเวณ เช่น บริเวณตกกระทบเนื่องจากการฉีกของไหลทำให้ไม่สามารถวัดค่า y^+ ได้ ดังนั้นเพื่อให้สามารถวิเคราะห์ได้ทุกกรณี จึงมีการนิยามค่าไร้หน่วยที่ขึ้นอยู่กับ k ซึ่งใช้สัญลักษณ์ “ * ” ดังนี้

$$U^* = \frac{Uk^{\frac{1}{2}}}{(\tau_w / \rho)} \quad (4.13)$$

และ

$$y^* = \frac{yk^{\frac{1}{2}}}{\nu} \quad (4.14)$$

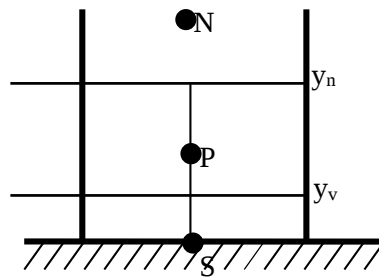
โดย $U^* = U^+ c_\mu^{\frac{1}{4}}$ $y^* = y^+ c_\mu^{\frac{1}{4}}$ และ c_μ ค่าคงตัวสัมประสิทธิ์ความหนืด (0.09)

ทำให้ได้กฎ log-law เมื่อการไร้หน่วยขึ้นอยู่กับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน คือ

$$U^* = \frac{1}{\kappa^*} \log(E^* y^*) \quad (4.15)$$

เมื่อ $\kappa^* = c_\mu^{\frac{1}{4}} \kappa$ และ $E^* = c_\mu^{\frac{1}{4}} E$

จากความสัมพันธ์ของ law of log จึงทำให้เกิดการปรับอัตราการสร้างการไหลปั่นป่วน (P_k) และอัตราการแพร่ของการไหลปั่นป่วน (ϵ) ที่บริเวณปริมาตรควบคุมชิดกับผนัง คือ

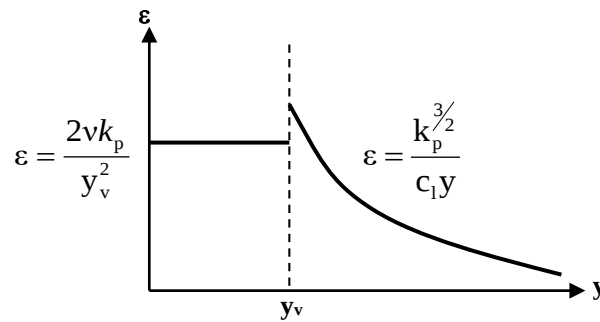


ภาพที่ 4.2 ตำแหน่งของโหนดและเลเยอร์ความหนืดใกล้ผนัง

$$\begin{aligned} \bar{P}_k &= \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} P_k dy \\ &= \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} -\overline{u'v'} \frac{\partial \bar{U}}{\partial y} dy \\ &= \frac{1}{y_n} \int_0^{y_n} \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa c_\mu^{1/4} \rho k_p^{1/2} y} dy \\ &= \frac{\tau_w^2}{\kappa c_\mu^{1/4} \rho k_p^{1/2} y_n} \ln \left(\frac{y_n}{y_v} \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

สำหรับอัตราการแพร่ของการไหลปั่นป่วนขึ้นอยู่กับระยะห่างของปริมาตรควบคุมใกล้ผนังว่าอยู่ในหรือนอกบริเวณ viscous thickness (y_v) ซึ่งหากอยู่ในบริเวณดังกล่าว จะมีความสัมพันธ์แบบคงที่

คือ $\epsilon = \frac{2\nu k_p}{y_v^2}$ หากอยู่นอกบริเวณดังกล่าวจะมีความสัมพันธ์เป็น $\epsilon = \frac{k_p^{3/2}}{c_1 y}$ ดังภาพที่ 4.3



ภาพที่ 4.3 ขนาดของ ϵ ตามระยะห่างจากผนังในแนวตั้งฉากในบริเวณเลเยอร์

เมื่อ c_l คือ ค่าคงตัวขนาดการไหลปั่นป่วนที่สภาวะสมดุล (the equilibrium length scale constant :2.55)

y_v คือ ความหนาของเลเยอร์ความหนืดในแนวตั้งฉากกับผนัง (the edge of the viscous sub-layer)

ดังนั้น การปรับค่าของ อัตราการแพร่กระจายเฉลี่ย ตลอดปริมาตรควบคุมชนิดผนังจึงได้เป็น

$$\begin{aligned}\bar{\epsilon} &= \frac{1}{y_n} \left[y_v \frac{2\nu k_p}{y_v^2} + \int_{y_v}^{y_n} \frac{k_p^{3/2}}{c_l y} dy \right] \\ &= \frac{1}{y_n} \left[\frac{2k_p}{y_v / \nu} + \frac{k_p^{3/2}}{c_l} \ln(y_n / y_v) \right]\end{aligned}\quad (4.17)$$

บทที่ 5

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

ข้อมูลในส่วนของรายงานวิจัยบทนี้ได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยการศึกษาของไหลพลศาสตร์ โดยเป็นรูปแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ และอาศัยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน คือ high Re k- ϵ model ซึ่งเพิ่มความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นเรย์โนลด์กับค่าเฉลี่ยความเค้นเนื่องจากการเฉือนระหว่างเลเยอร์ของไหลเป็นแบบเส้นตรง (linear eddy viscosity model) ผลการวิเคราะห์นี้มีความเกี่ยวข้องกับการไหลที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ซึ่งสอดคล้องกับการศึกษาเชิงทดลองและการศึกษาคำนวณก่อนหน้านี้

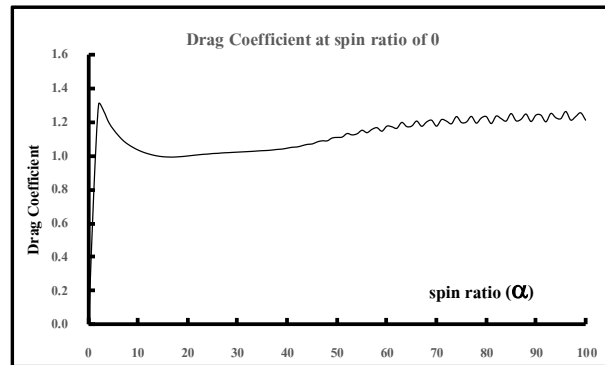
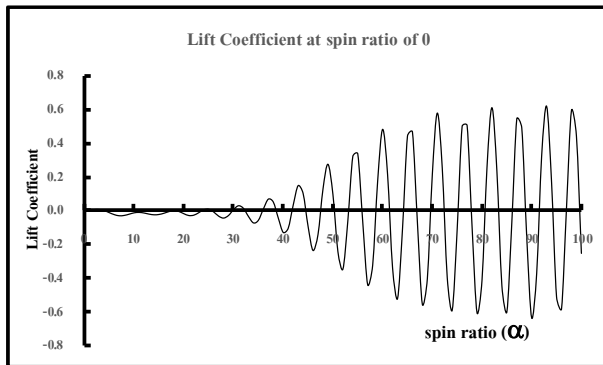
เนื่องจากของไหลมีการพาและไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกและเสมือนทรงกระบอกที่หยุดนิ่งและหมุน ซึ่งลักษณะผิวของทรงกระบอกจะมี 3 ลักษณะ คือ ผนังราบเรียบ ผนังราบเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลาย และผิวเขาร่อง โดยทั่วไปนี้ผิวโค้งเรียบจะมีการส่งผลต่อการก่อเกิดอัตราการเปลี่ยนแปลงความเค้นเฉือนในทิศทางการขนานผิวสัมผัสที่รวดเร็วมาก อีกทั้งมีการเปลี่ยนขนาดความโค้งทุกทิศทางก่อให้เกิดรูปแบบการไหลมีความซับซ้อนมาก หรือหากเป็นทรงกระบอกเขาร่องจะมีความแปรเปลี่ยนความโค้งผิวที่เปลี่ยนแปลงตามแต่ละตำแหน่งร่องหรือขอบทรงกระบอก ซึ่งการวิเคราะห์เชิงคำนวณนี้จะช่วยให้สามารถพิจารณาโครงสร้างการไหลได้ทดแทนข้อจำกัดการดำเนินการจากการทดลองที่ไม่สามารถแสดงบางพฤติกรรมและรายละเอียดที่ซับซ้อนได้

5.1 แรงพลศาสตร์ที่กระทำกับทรงกระบอกแต่ละแบบ

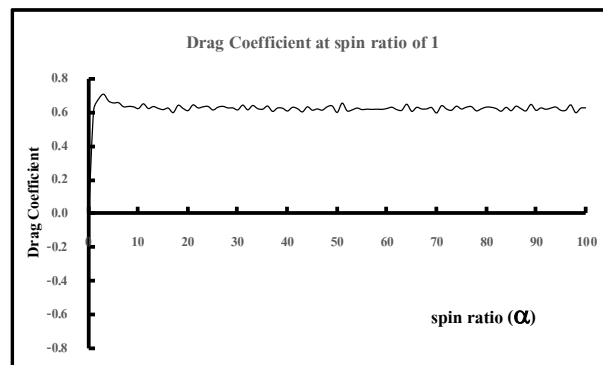
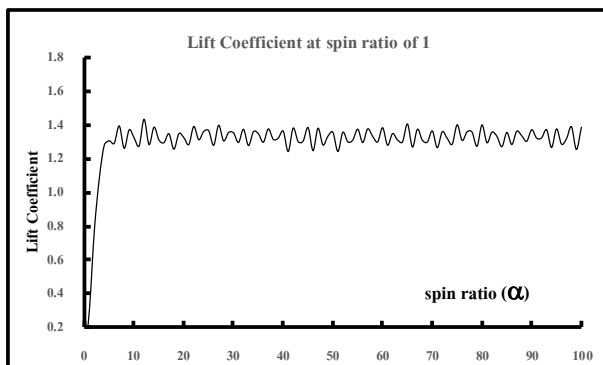
เมื่อพิจารณาค่าเวลาเฉลี่ยของแรงกระทำกับทรงกระบอกสามารถแสดงขนาดของแรงยกและแรงต้านที่กระทำกับทรงกระบอกในแต่ละแบบที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 และอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 1 และ 2 ดังนี้

5.1.1 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกผนังเรียบ

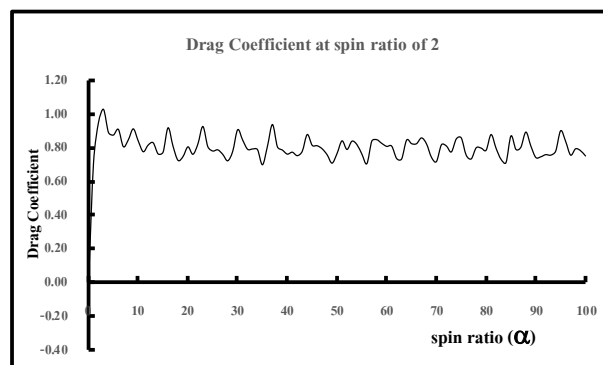
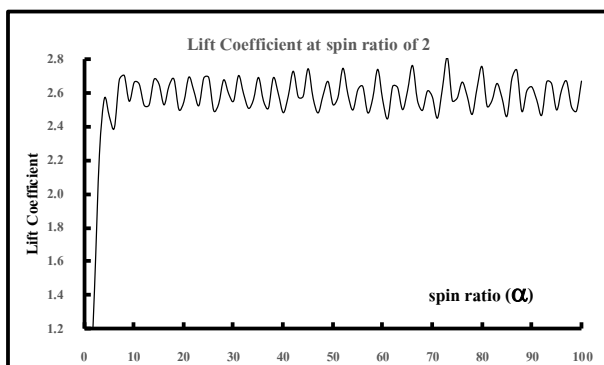
the spin ratio of 0



the spin ratio of 1



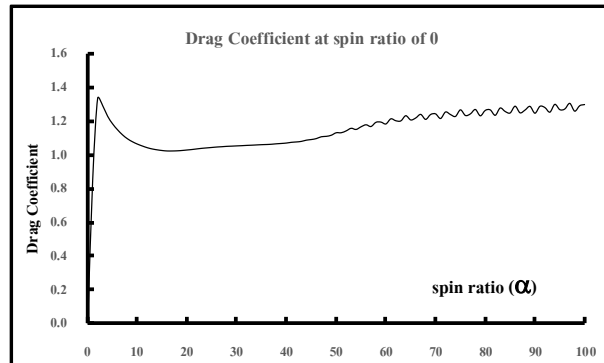
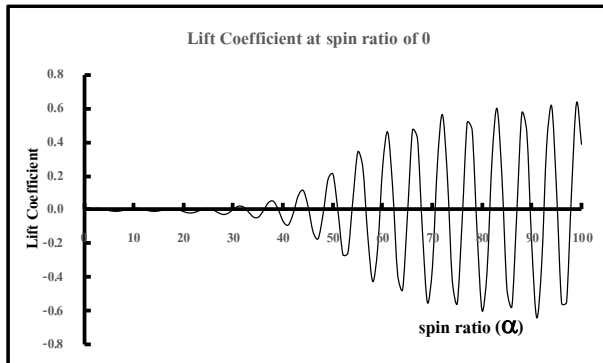
the spin ratio of 2



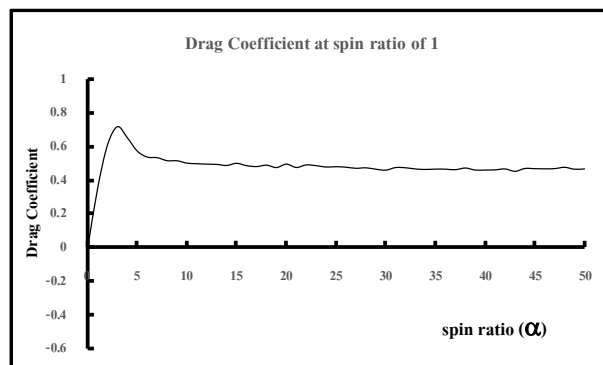
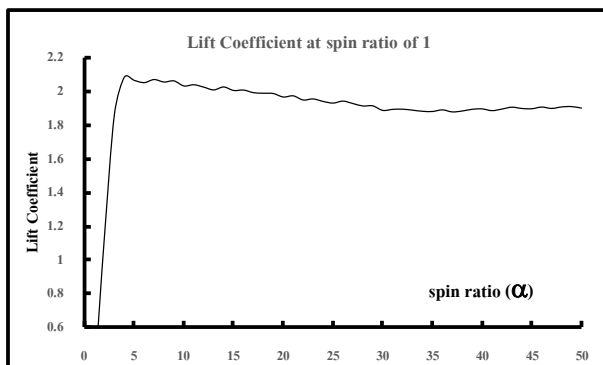
ภาพที่ 5.1 ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเรียบที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ที่อัตราหมุนหน่วย 0 1 และ 2

5.1.2 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกผนังเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลาย

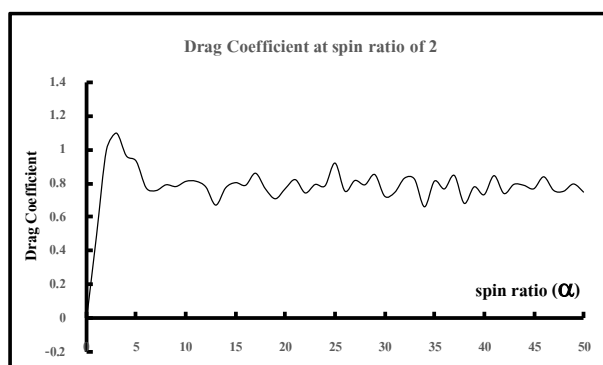
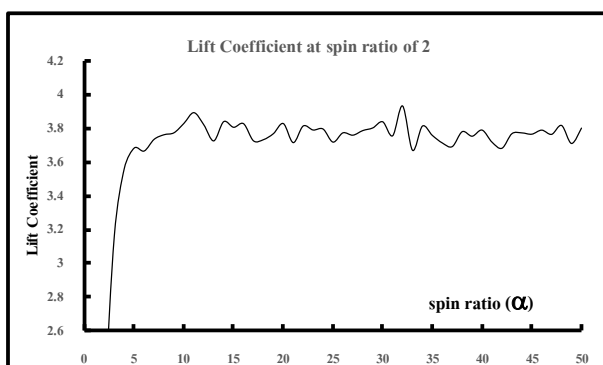
the spin ratio of 0



the spin ratio of 1



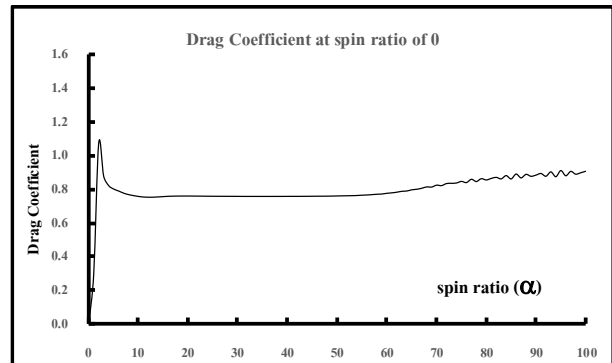
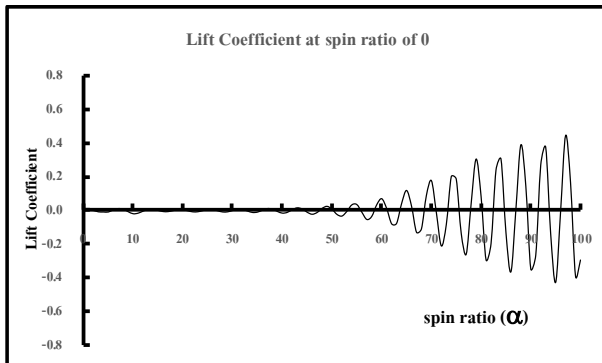
the spin ratio of 2



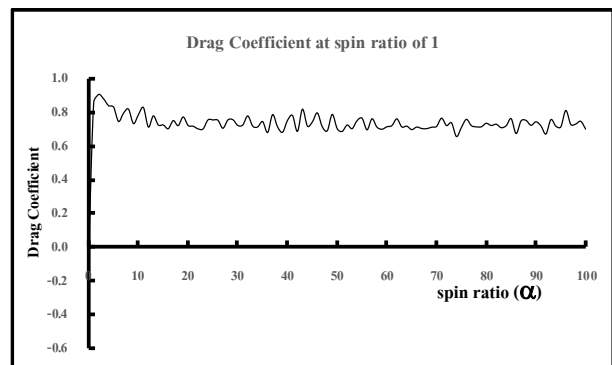
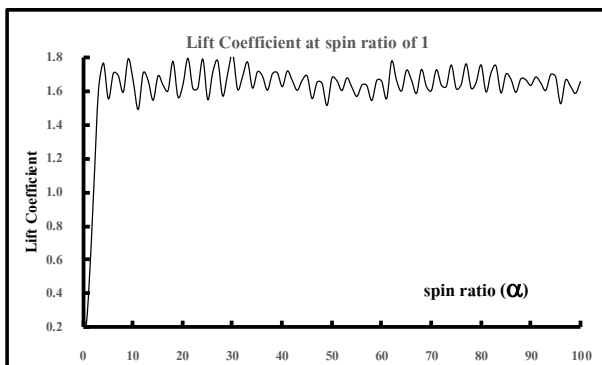
ภาพที่ 5.2 ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลายที่สถานะเรย์โนลด์ 100,000 ที่อัตราหมุนหน่วย 0 1 และ 2

5.1.3 แรงกระทำพลศาสตร์ผ่านทรงกระบอกเซาะร่อง ที่ความลึกร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$

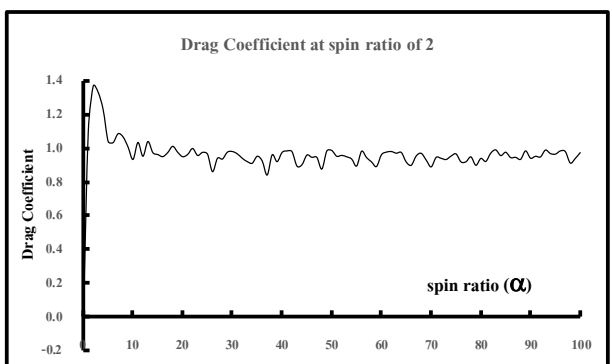
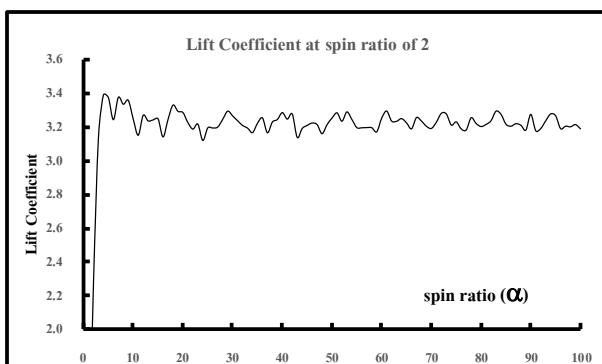
the spin ratio of 0



the spin ratio of 1



the spin ratio of 2



ภาพที่ 5.3 ค่าเวลาชั่วขณะของสัมประสิทธิ์แรงยกและแรงต้านผ่านทรงกระบอกผนังเซาะร่อง ที่ความลึกร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$ ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 0 1 และ 2

หากพิจารณาแรงอากาศพลศาสตร์ของสัมประสิทธิ์แรงยกชั่วขณะ (instantaneous time) แต่ละเวลาไร้หน่วยที่เกิดขึ้น (t^*) ตามภาพที่ 5.1 -5.3 นั้นได้พิจารณาที่ความกว้างแกนที่เท่ากันของแต่ละวัตถุและอัตราการหมุนไร้หน่วย ทุกวัตถุตัวกลางที่ไม่มีการหมุนได้ส่งผลต่อการเกิดระดับความกวัดแกว่งของแรงพลศาสตร์ที่สูงอันเนื่องมาจากการแผ่ขยายของกระแสวนไหลออกสู่บริเวณด้านหลังของวัตถุตามหลักการการแผ่ขยายกระแสวนไหลออกของคาร์แมน (Kármán vortex shedding) ที่ก่อกำเนิดขึ้นจากขอบเขตเลเยอร์ที่บริเวณผนังที่สลับกันระหว่างขอบบนและขอบล่างของวัตถุ

ทรงกระบอกนี้ ในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้านในกรณีหยุดนิ่งนี้การกวัดแกว่งจะมีขนาดที่น้อยมาก เนื่องจากการแผ่ขยายของกระแสวนจากข้างต้นนั้นได้ขยายตัวสู่บริเวณด้านหลังเสมอ ทำให้ความดันบริเวณด้านหลังวัตถุมีอัตราการเปลี่ยนแปลงที่น้อยมาก อย่างไรก็ตามผลของการหมุนของทรงกระบอกทุกแบบได้ยับยั้งการกวัดแกว่งของสัมประสิทธิ์แรงยกจากพฤติกรรมตามหลักการดังกล่าวโดยเฉพาะกรณีวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบติดตั้งดิสก์ที่ปลายที่มีการกวัดแกว่งของสัมประสิทธิ์แรงยกที่น้อยมากที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 1 และเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยเป็น 2 อัตราการกวัดแกว่งของแรงพลศาสตร์ดังกล่าวสูงขึ้นอันเนื่องมาจากการเคลื่อนตัวเข้าหากันของจุดวิกฤติก่อให้เกิดความไม่สมดุลพลังงานบางส่วนในสายธารการไหลของจุดสแตกเนชั่น (stagnation point) ที่มีพลังงานศักย์ความดันสูงสุดรอบใกล้ผนังและจุดอานม้า (saddle point) ที่เป็นจุดที่เป็นค่าสุดขีดพลังงานจลน์การไหล (Mittal and Kumar, 2003)

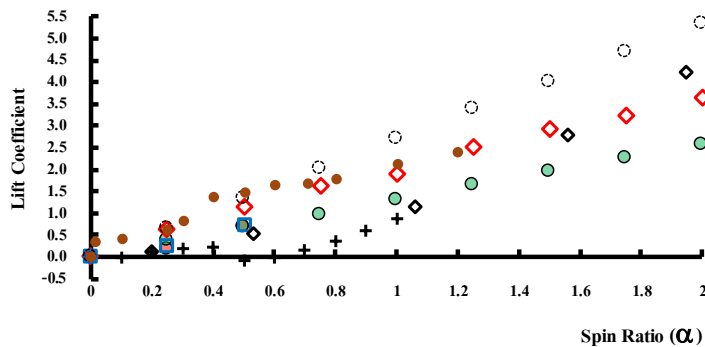
แนวโน้มของแรงของไหลพลศาสตร์ได้แสดงดังภาพที่ 5.4 โดยภาพที่ 5.4(ก) ได้แสดงสัมประสิทธิ์แรงยกและภาพที่ 5.4(ข) แสดงสัมประสิทธิ์แรงต้านที่เกิดขึ้นเมื่อของไหลไหลผ่านวัตถุผนังทรงกระบอกผนังราบเรียบและติดตั้งดิสก์ พบว่าเมื่อสอบเทียบการศึกษาเชิงคำนวณกับการทดลองก่อนหน้านี้ที่สภาวะทรงกระบอกราบเรียบไม่มีการหมุนกับการศึกษาการทดลองก่อนหน้านี้ (Takayama and Aoki, 2005) พบว่าไม่เกิดค่าสัมประสิทธิ์แรงยกและสัมประสิทธิ์แรงต้านมีค่าใกล้เคียงกันมาก คือการศึกษาเชิงการคำนวณและการทดลองได้แสดงค่า ที่ 1.12 และ 1.27 ตามลำดับ อีกทั้งเมื่อพิจารณาทรงกระบอกผนังราบเรียบที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 1 ผลการศึกษาเชิงคำนวณมีแนวโน้มเดียวกันกับการทดลองเช่นกัน ในขณะที่ทรงกระบอกติดตั้งดิสก์ที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางดิสก์เทียบเส้นผ่านศูนย์กลางทรงกระบอก (D_c/D) ที่ 1.375 โดยติดตั้งที่ปลายทั้งสองด้านได้ทำการเทียบเคียงแนวโน้มกับการทดลองก่อนหน้านี้ (Clayton, 1985) ที่สภาวะเรย์โนลด์ 48,900 โดยมีแนวโน้มของสัมประสิทธิ์แรง

ยกและแรงต้านที่เป็นไปในแนวทางเดียวกัน ดังนั้น แบบจำลองการไหลปั่นป่วนและเทคนิคเชิงตัวเลข และสนามการไหลของการศึกษาเชิงคำนวณนี้จึงมีความน่าเชื่อถือที่จะใช้วิเคราะห์พฤติกรรมที่ทรงกระบอกที่มีอัตราการหมุนไร้หน่วยเกิดขึ้นได้ หากทำการเปรียบเทียบผลการศึกษาเชิงคำนวณ ระหว่างการหมุนของทรงกระบอกผนังเรียบกับการติดตั้งดิสก์ พบว่า ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 2 การติดตั้งดิสก์จะส่งผลต่อการเพิ่มขึ้นของสัมประสิทธิ์แรงยกมากกว่าทรงกระบอกผนังเรียบ คือ 3.66 และ 2.56 ตามลำดับ อย่างไรก็ตามที่อัตราการหมุนเดียวกันนี้สัมประสิทธิ์แรงต้านระหว่างรูปทรงมีความแตกต่างกันเล็กน้อย คือ 0.79 และ 0.80 ตามลำดับ นอกจากนี้ผลการศึกษาได้แสดงผลการวิเคราะห์ที่แม่นยำกว่าการวิเคราะห์การไหลใน 2 มิติ ซึ่งแสดงถึงการไม่สามารถละเว้นการพิจารณาผลการไหลใน 3 มิติ ได้ อย่างไรก็ตามหากพิจารณาที่อัตราการหมุนไร้หน่วยระหว่าง 0.4 – 0.7 ซึ่งเป็นช่วงการปรับเปลี่ยนสภาวะขอบเขตเลเยอร์ที่ผนังแบบราบเรียบสู่ปั่นป่วนเต็มรูปแบบทำให้สัมประสิทธิ์แรงยกที่วิเคราะห์ได้ยังมีความคลาดเคลื่อนกันกับการทดลองเพราะปรากฏการณ์สัมประสิทธิ์แรงยกผันกลับ และตำแหน่งความดันสูงสุดที่ผนังมีการเคลื่อนตัวในทิศทางต่างกัน แต่ผลการวิเคราะห์ที่คลาดเคลื่อนนี้เป็นไปในแนวทางเดียวกันกับการศึกษาเชิงคำนวณก่อนหน้านี้ด้วยแบบจำลอง LES และ RSM (Karabelas, 2010; Ruchayosyothin, Konglerd and Tamna, 2022)

ในขณะที่ผลการวิเคราะห์เชิงคำนวณของการไหลผ่านทรงกระบอกผนังเซาะร่องลึกที่ความลึกร่องเทียบเส้นผ่านศูนย์กลางนอก ($k/D = 7.25 \times 10^{-3}$) ตามภาพที่ 5.5(ก) และ 5.5(ข) ในกรณีอัตราส่วน k/D ที่ 7.25×10^{-3} ได้ผลลัพธ์ที่สอดคล้องกับการทดลองของ Takayama and Aoki (2005) อย่างมาก ผลการวิเคราะห์เชิงคำนวณได้สอบเทียบเช่นเดียวกันกับกรณีทรงกระบอกผนังเรียบที่สภาวะหยุดนิ่ง โดยได้แสดงการไม่เกิดผลสัมประสิทธิ์แรงยกในขณะที่สัมประสิทธิ์แรงต้านของการศึกษาเชิงคำนวณกับการทดลองใกล้เคียงกัน เช่นในกรณีความลึกร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$ ได้ผลวิเคราะห์ที่ 0.80 ในขณะที่การทดลองได้ผลที่ 0.75 ตามลำดับ

Lift Coefficient of Plain Cylinder and Cylinder with End Discs at

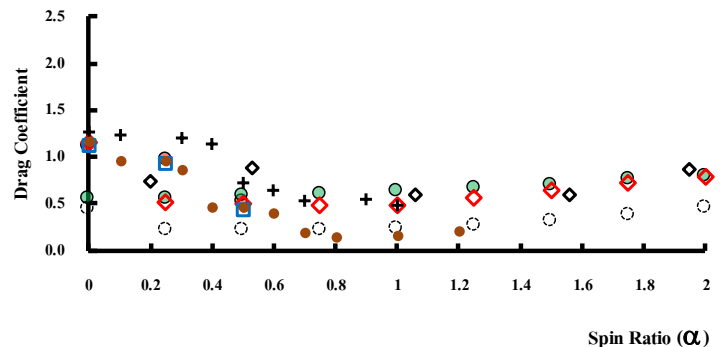
Re=100,000



(ก)

Drag Coefficient of Plain Cylinder and Cylinder with End Discs at

Re=100,000

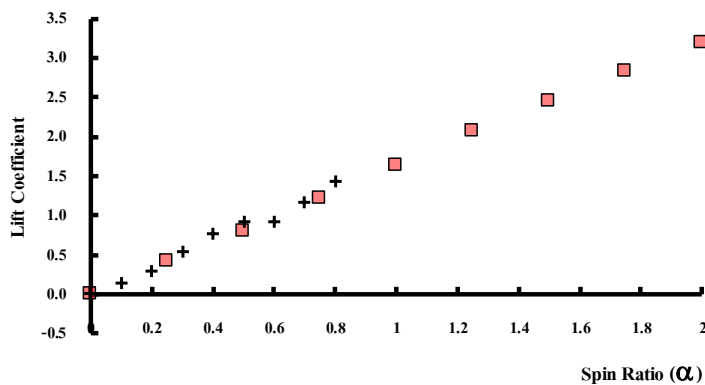


(ข)

- | | | |
|------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|
| ● Fixed Mesh Cyl | ● Rotating Mesh Plain Cyl | ◇ Cyl with End Discs |
| + Takayama and Aoki 2005 | □ One Eq Plain Cyl | ◇ Clayton 1985 (P/D= 2.6 Re49k) |
| ○ 2D Rotating Mesh Plain Cyl | ● Aoki & Ito 2001 (RNG k-ε) | |

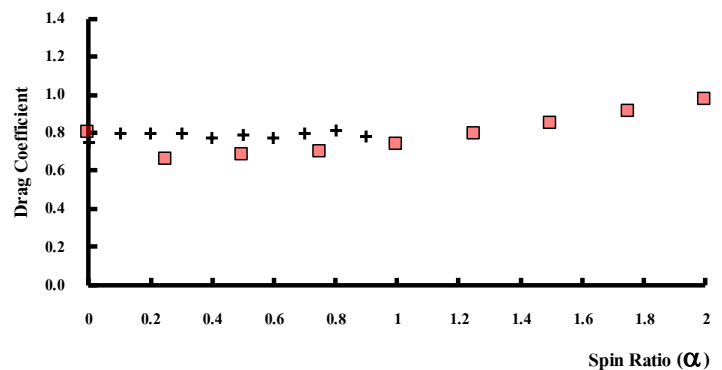
ภาพที่ 5.4 ผลการวิเคราะห์เวลาเฉลี่ยแรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบและแบบติดตั้งดิสก์ที่ปลายที่ที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000

Lift Coefficient of Grooved Cylinder at Re=100,000



(ก)

Drag Coefficient of Grooved Cylinder at Re=100,000

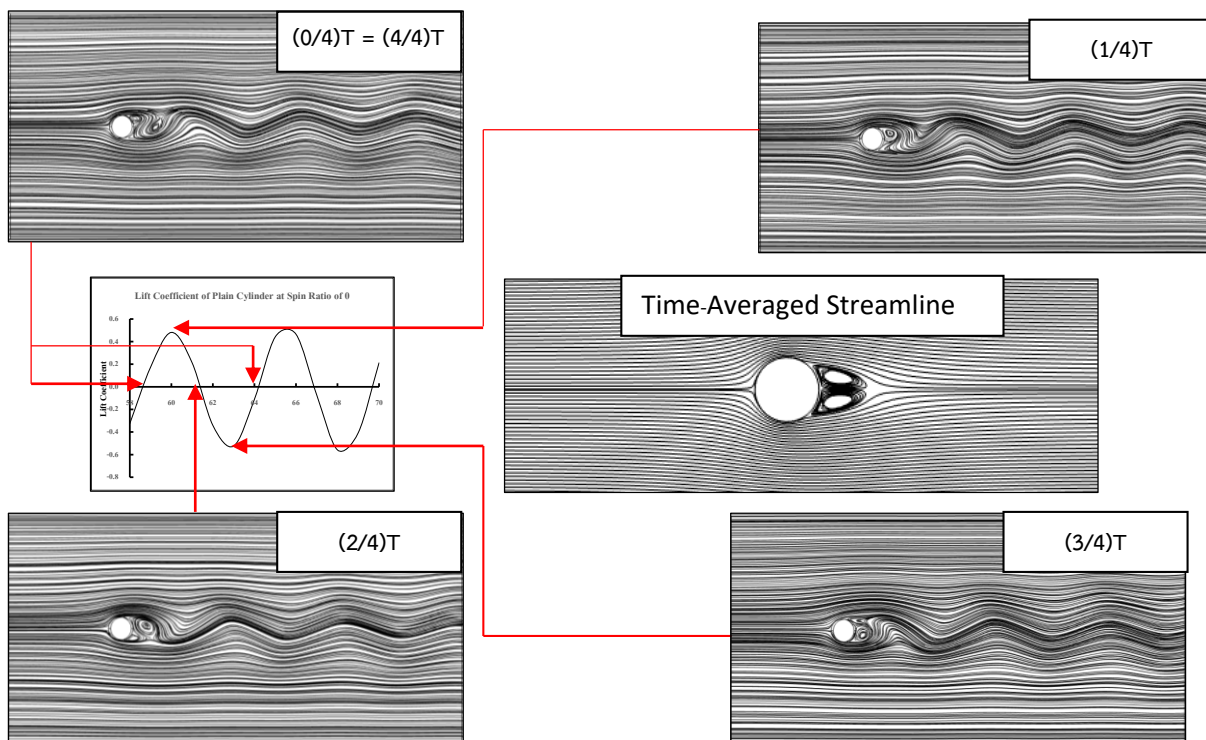


(ข)

- | | |
|---------------|--------------------------|
| ■ Grooved Cyl | + Takayama and Aoki 2005 |
|---------------|--------------------------|

ภาพที่ 5.5 ผลการวิเคราะห์เวลาเฉลี่ยแรงพลศาสตร์ของของไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกผนังเซาะร่องที่หมุน สัมประสิทธิ์ (ก) แรงยก และ (ข) แรงต้าน ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000

ในกรณีนี้ที่ทรงกระบอกผนังเซาะร่อง $k/D = 7.25 \times 10^{-3}$ เกิดการหมุนนั้นพบว่าแนวโน้มสัมประสิทธิ์แรงยกมีการเพิ่มขึ้นแบบเชิงเส้นและสูงสุดที่ 3.2 เมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยเป็น 2 และสัมประสิทธิ์แรงต้านมีค่าใกล้เคียงกับการทดลองอย่างมาก โดยเฉลี่ยที่ 0.56 ดังนั้นข้อมูลที่เกิดความสอดคล้องกับการทดลองได้ยืนยันความสามารถของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนและเทคนิคการวิเคราะห์ในการคาดการณ์พฤติกรรมกรณีนี้ได้เป็นอย่างดี



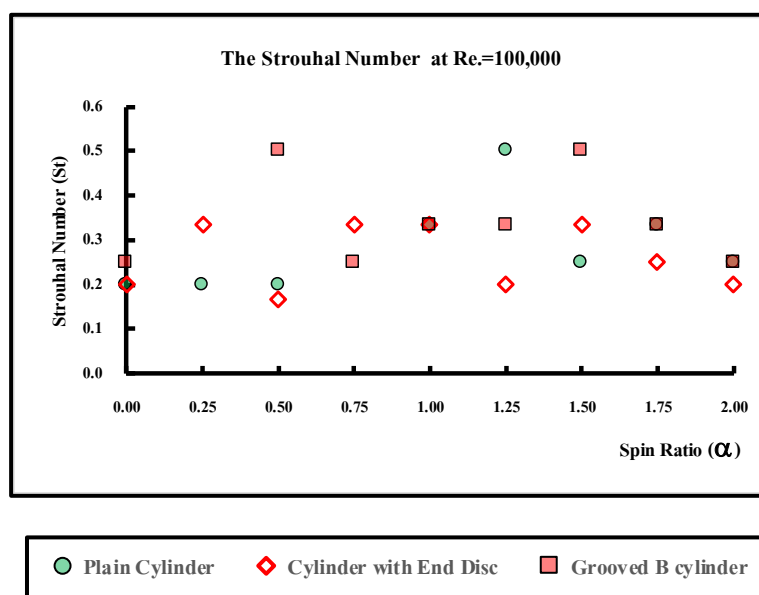
ภาพที่ 5.6 การก่อกำเนิดกระแสวนเมื่อของไหลไหลผ่านทรงกระบอกผนังราบเรียบที่สถานะหยุดนิ่งแต่ละช่วงคาบเวลา

กระบวนการก่อกำเนิดกระแสวนที่มีผลต่อความกว้างได้แสดงดังภาพที่ 5.6 พบว่าที่เวลาเริ่มต้นที่ช่วงคาบ 0/4 นั้นกระแสวนขนาดเล็กได้ก่อกำเนิดที่บริเวณขอบหลังด้านบนและมีขนาดใหญ่ขึ้นที่ช่วงเวลา (1/4) ของคาบซึ่งขนาดที่ใหญ่ทำให้เกิดแรงยกที่เป็นขนาดบวกโดยมีการกระทำในทิศทางแนวตั้งพุ่งขึ้นและเมื่อขนาดโตมากขึ้นก็จะเคลื่อนไปปลายกระแสวนของสนามการไหลและสลายไปในขณะเดียวกันนั้น กระแสวนขนาดเล็กเริ่มก่อกำเนิดขึ้นที่ขอบหลังด้านล่างที่เวลา (2/4) ของคาบ และเช่นเดียวกันกับช่วงเวลาครึ่งคาบก่อนหน้า รูปแบบการขยายขนาดเริ่มพัฒนาจนที่เวลา (3/4) ของคาบ และเคลื่อนออกพร้อมสลายตัวไป ซึ่งรูปแบบการก่อกำเนิดมีความแน่นอนทำให้เมื่อพิจารณา

แผนภาพสายธารการไหลแบบค่าเฉลี่ยตามเวลา (time-averaged streamline) จะเกิดกระแสวนคู่ที่ด้านหลังวัตถุทรงกระบอกและมีความสมมาตรรอบแกนขนานกับทิศทางการไหล

5.2 ความถี่ไร้หน่วยของการแผ่ขยายแนวเส้นทางกระแสมวนด้านหลังทรงกระบอก

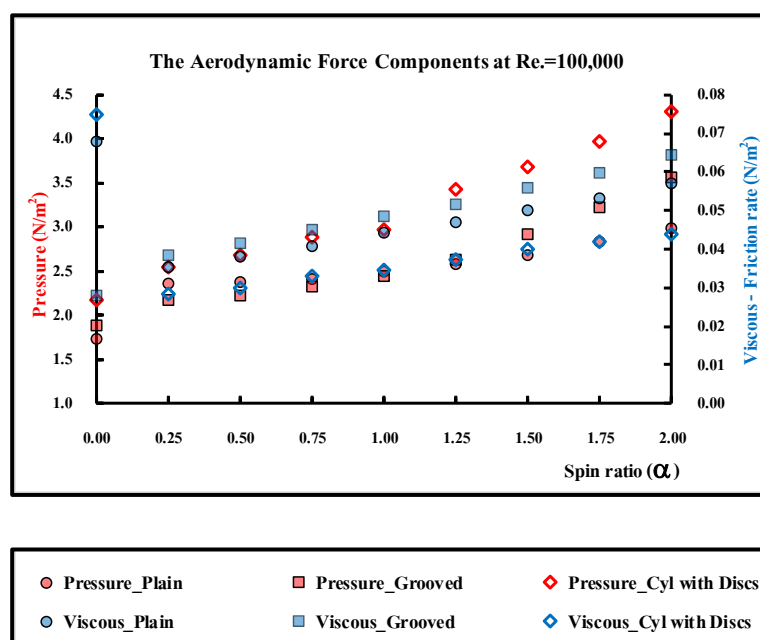
เมื่อทำการวัดผลของ Kármán vortex shedding ในรูปของตัวแปรความถี่ไร้หน่วย (St, The Strouhal number : fD/U_∞) ดังแสดงในภาพที่ 5.7 นั้น พบว่าค่าความถี่ไร้หน่วยของทุกวัตถุในสภาวะหยุดนิ่งของทรงกระบอกผนังราบเรียบ และติดตั้งดิสก์ที่ปลายได้ค่าที่ 0.20 ในขณะที่ทรงกระบอกเซาะร่องมีความถี่ไร้หน่วยที่ 0.25 นอกจากนี้เมื่อวัตถุทุกชนิดมีการหมุนขึ้น ค่าความถี่ไร้หน่วยจะมีค่าเพิ่มขึ้นแบบไม่ขึ้นกับขนาดอัตราการหมุนไร้หน่วย ซึ่งพบว่าขนาดสูงสุดในกรณีของวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบ คือ 0.50 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 1.25 วัตถุทรงกระบอกปลายดิสก์ คือ 0.33 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 1.50 และ วัตถุทรงกระบอกเซาะร่อง คือ 0.50 ที่อัตราการหมุนไร้หน่วย 2 ทั้งนี้ขนาดของค่าความถี่ไร้หน่วยที่สูงเกิดจากการแผ่ขยายของกระแสวนเพียงด้านเดียวและการกวัดแกว่งของแรงพลศาสตร์จะมีแอมพลิจูดที่น้อยลงที่ส่งเสริมความราบเรียบของการไหลผ่านวัตถุในสนามการไหลภายนอก



ภาพที่ 5.7 ความถี่ไร้หน่วยของการแผ่ขยายกระแสวน

5.3 องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์

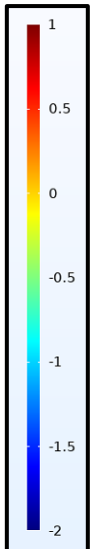
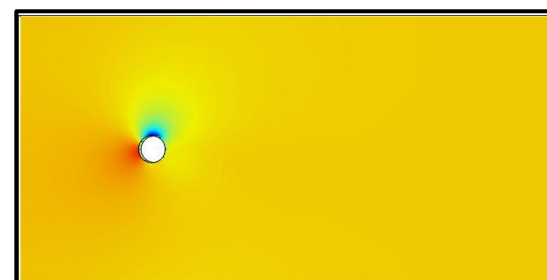
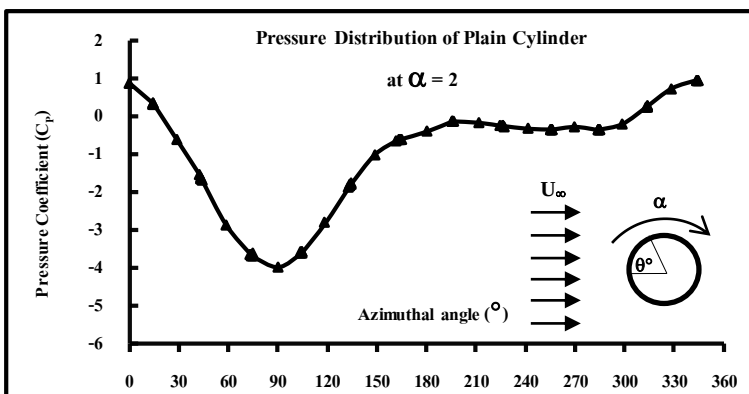
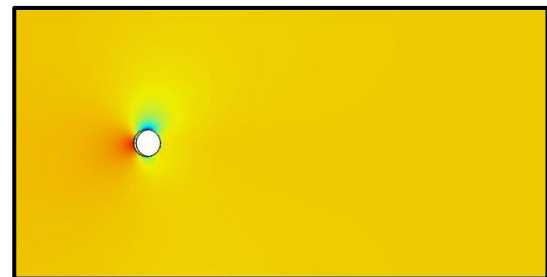
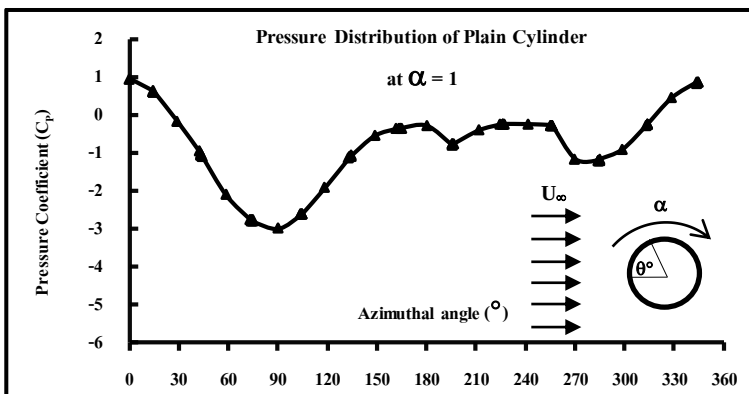
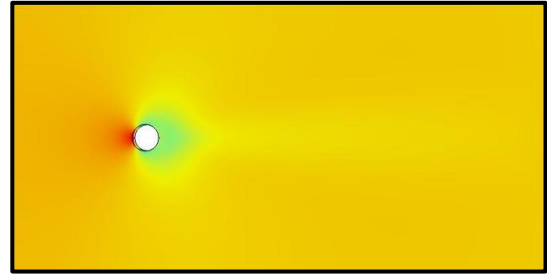
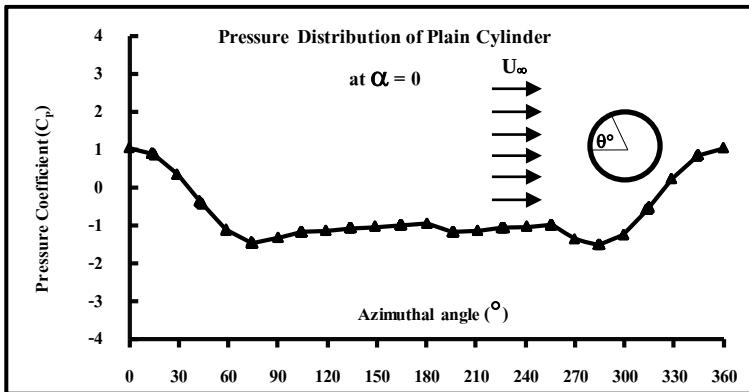
องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นได้จำแนกได้เป็นผลจากความดัน (pressure force) และแรงเสียดทานที่ผนัง (viscous – friction rate) ดังภาพที่ 5.8 ซึ่งพบว่าผลของแรงเสียดทานที่ผนังมีขนาดที่น้อยมากเมื่อเทียบกับความดัน โดยที่สภาวะหยุดนิ่งของวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบ ติดตั้งดิสก์ที่ปลาย และ เซาะร่องคิดเป็นร้อยละ 3.93 3.45 และ 1.47 ตามลำดับ ในขณะที่ อัตราการหมุนเพิ่มขึ้นแนวโน้มของแรงทั้งหมดของทุกรูปแบบวัตถุมีแนวโน้มเพิ่มขึ้น ที่อัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 2 สัดส่วนดังกล่าวคิดเป็นร้อยละ 1.91 1.02 และ 1.81 ตามลำดับ โดยทั่วไปในกรณีที่มี สัดส่วนต่ำกว่าร้อยละ 2 อาจสามารถละเว้นการพิจารณาผลของแรงเสียดทานที่ผนังเนื่องจากของไหลได้



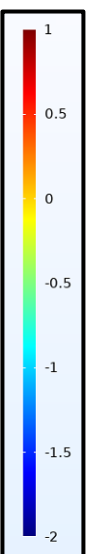
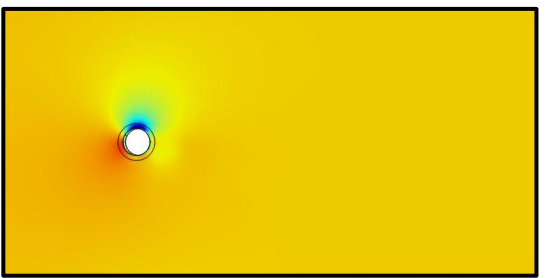
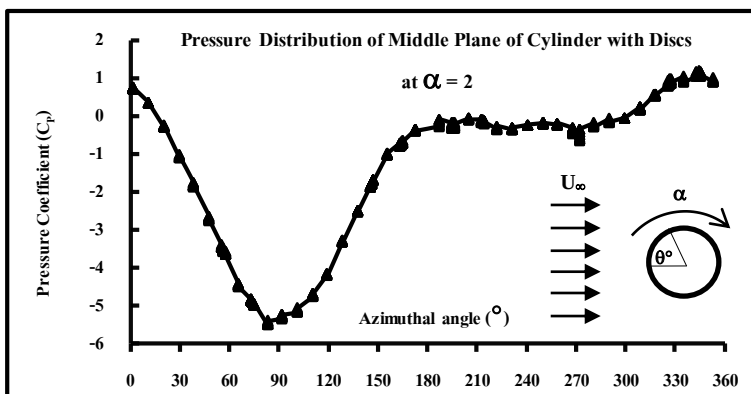
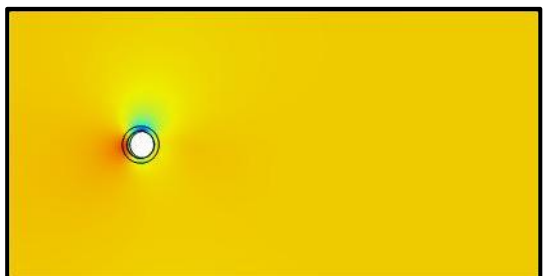
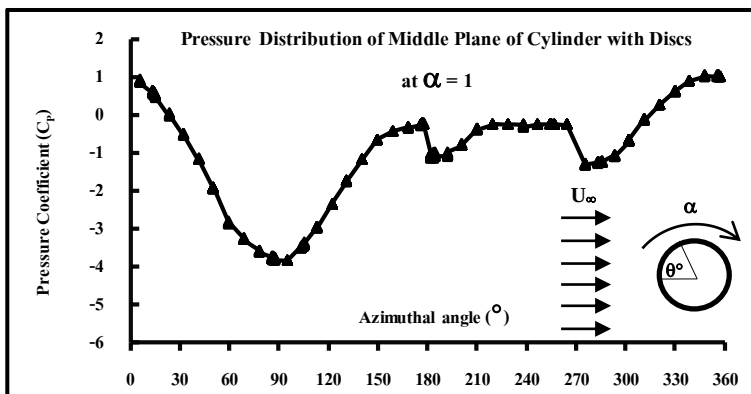
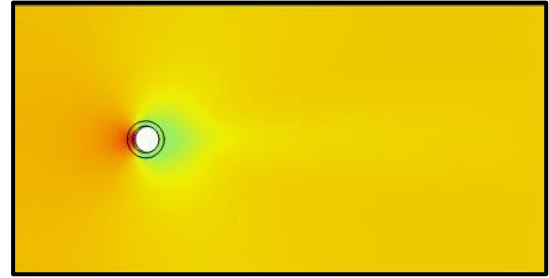
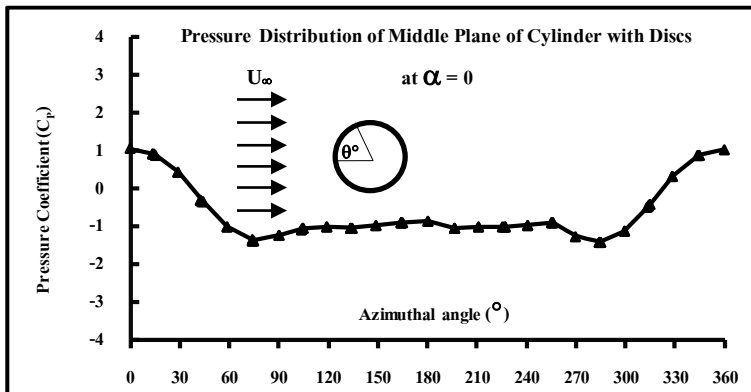
ภาพที่ 5.8 องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์

5.4 องค์ประกอบของแรงกระทำพลศาสตร์

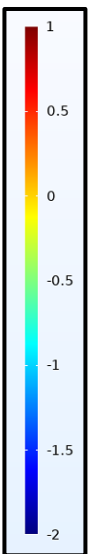
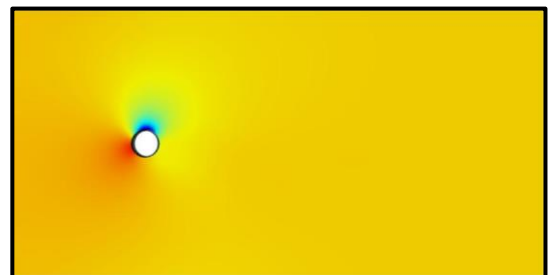
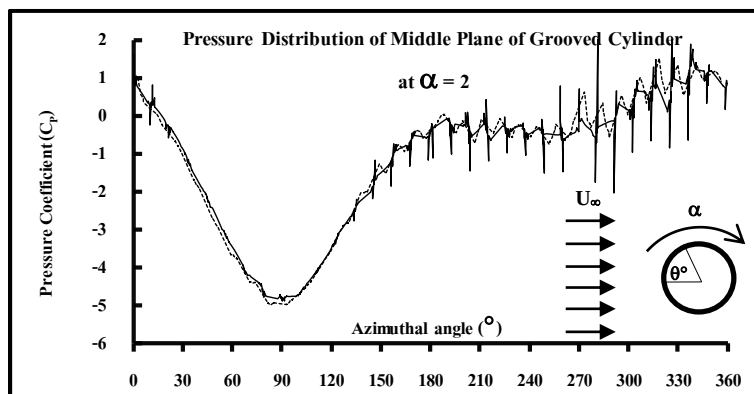
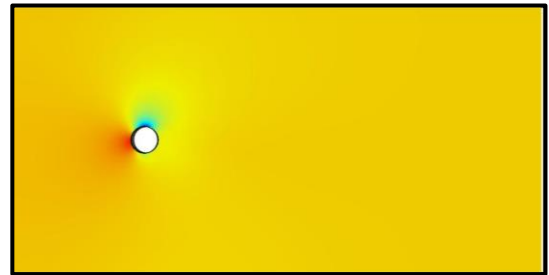
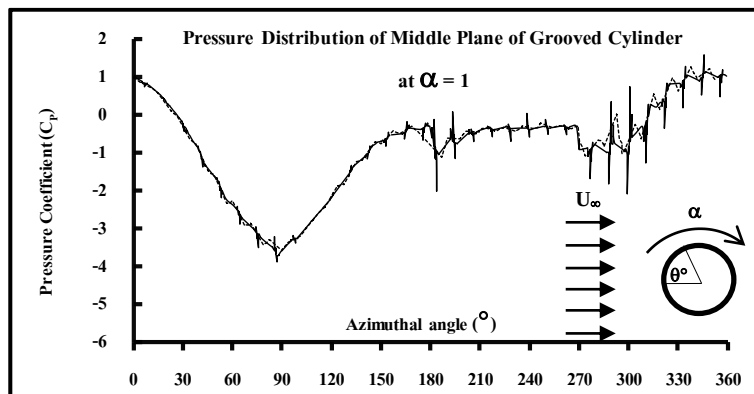
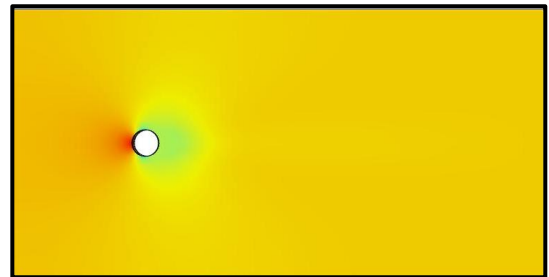
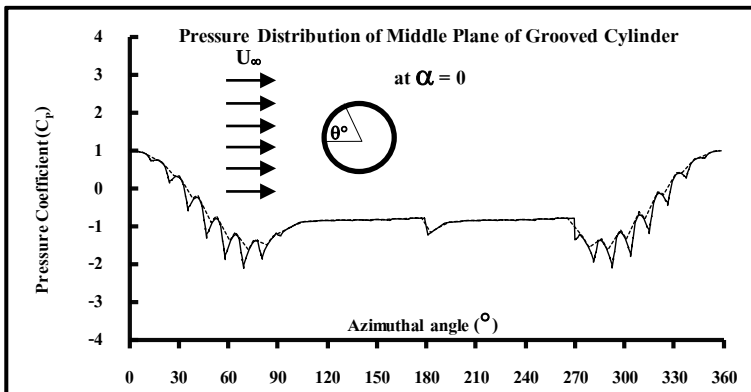
จากผลการวิเคราะห์พบว่าแรงเนื่องจากความดันมีผลต่อขนาดของอากาศพลศาสตร์ เมื่อทำการวิเคราะห์การกระจายตัวความดันรอบผนังทรงกระบอกที่ระนาบกึ่งกลางวัตถุแต่ละแบบดังภาพที่ 5.9 – 5.11 ที่สภาวะหยุดนิ่งได้แนวโน้มของการกระจายตัว จะมีความสมมาตรรอบแกนมุมทิศในพิกัดทรงกลม (Azimuthal angle) ที่ 180° และอัตราการหมุนไร้หน่วย 2



ภาพที่ 5.9 สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกแบบเรียบและแผนภาพความดันที่ระนาบกึ่งกลางของ
ทรงกระบอก (ระยะ $L/D = 1.075$)



ภาพที่ 5.10 สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกติดตั้งดิสก์ ($D_e/D = 1.375$) ที่ปลายทั้งสองและแผนภาพความดัน ที่ระนาบกึ่งกลางของทรงกระบอก (ระยะ $L/D = 1.075$)

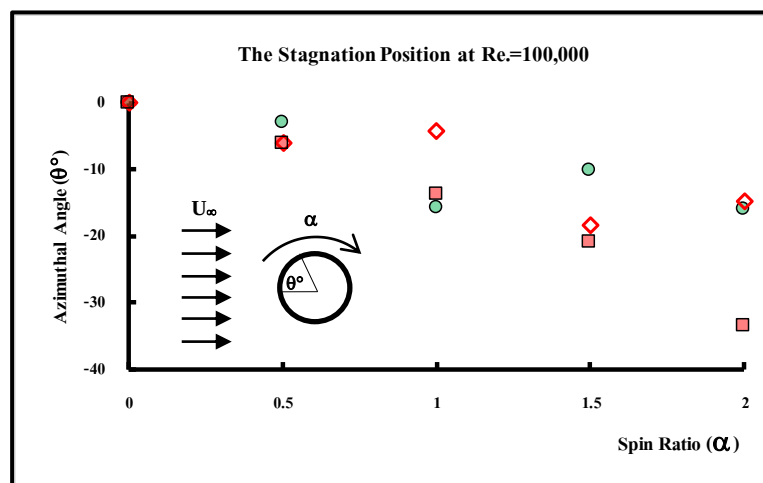


----- inside circumference ——— outside circumference

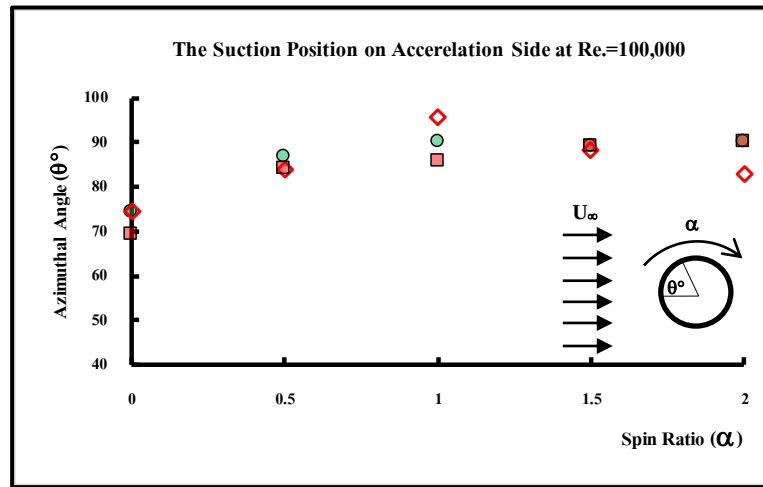
ภาพที่ 5.11 สัมประสิทธิ์ความดันรอบทรงกระบอกแบบเซาะร่อง ชนิด B ($k/D = 7.25 \times 10^{-3}$) และแผนภาพความดัน ที่ระนาบกึ่งกลางของทรงกระบอกเซาะร่อง (ระยะ $L/D = 1.075$)

จะพบการกระจายตัวที่มีความแตกต่างของความดันมากโดยเฉพาะด้านส่งเสริมความเร็ว (Acceleration Side) จะมีความดันที่ต่ำในขณะที่ด้านยับยั้งความเร็ว (Deceleration Side) จะมีความดันที่สูงกว่า อย่างไรก็ตามในกรณีของวัตถุเสมือนทรงกระบอกเซาะร่องการกระจายตัวของความดันที่เส้นรอบวงในที่เป็นฐานล่างของร่องและเส้นรอบวงนอกที่เป็นขอบปลายของสันโค้งมีแนวโน้มคล้ายกันแต่มีขนาดต่างกันไม่มาก อีกทั้งรูปแบบการกระจายตัวที่สันนอกมีการกวัดแกว่งที่มากเนื่องจากการปะทะกับของไหลและมีความเร็วที่มากกว่า สำหรับการกระจายตัวของความดันนี้ยังสามารถระบุตำแหน่งวิกฤติของเลย์เออร์ที่ผนังได้

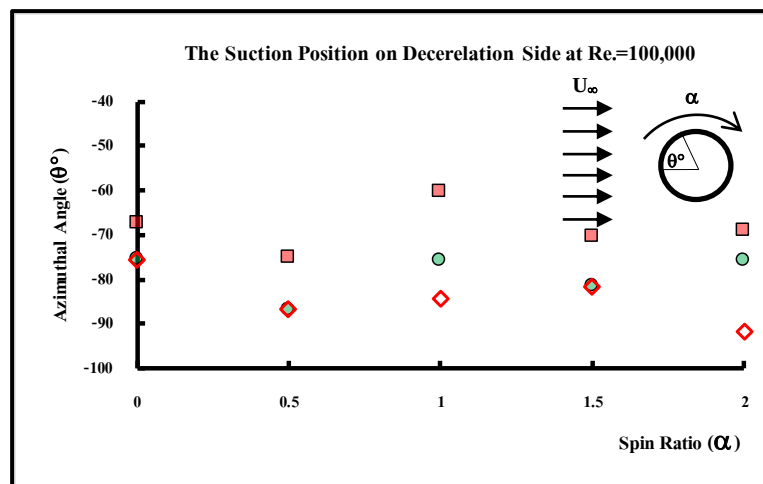
ภาพที่ 5.12 ได้ทำการวิเคราะห์บริเวณวิกฤติที่เกิดขึ้นที่ระนาบหน้าตัดกึ่งกลางทรงกระบอก โดยภาพที่ 5.12(ก) แสดงผลเมื่อวัตถุมีการหมุนทำให้เกิดแนวโน้มของการเคลื่อนตัวของจุดสแตกเนชันในทิศทางสวนทางกับการหมุนของทรงกระบอก ในขณะที่ตำแหน่งความดันดูด (suction pressure) ของผนังด้านส่งเสริมความเร็วในภาพที่ 5.12(ข) ได้ผลการเคลื่อนตัวของตำแหน่งดังกล่าวมีแนวโน้มเคลื่อนในทิศทางเดียวกันกับการหมุนจนถึงอัตราการหมุนไร้หน่วย 1 ตำแหน่งดังกล่าวจะเริ่มคงที่สำหรับภาพที่ 5.12(ค) แสดงผลของจุดความดันดูดบริเวณผนังด้านยับยั้งความเร็วมีการเคลื่อนตัวเล็กน้อยเมื่อเกิดอัตราการหมุนไร้หน่วยขึ้น



(ก)



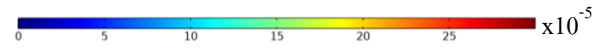
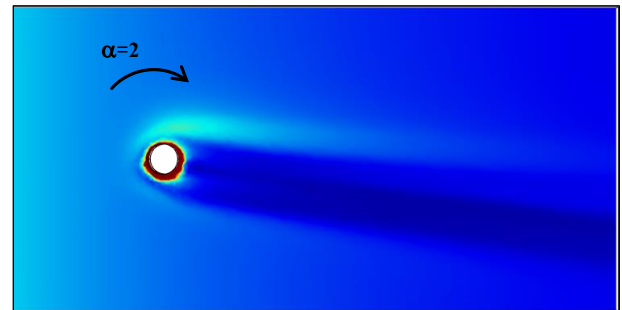
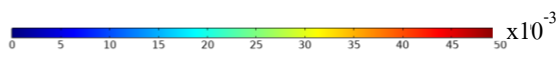
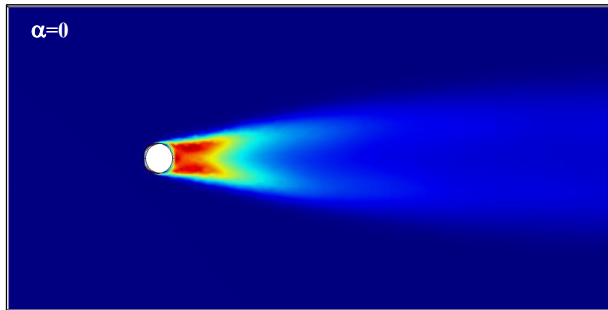
(ข)



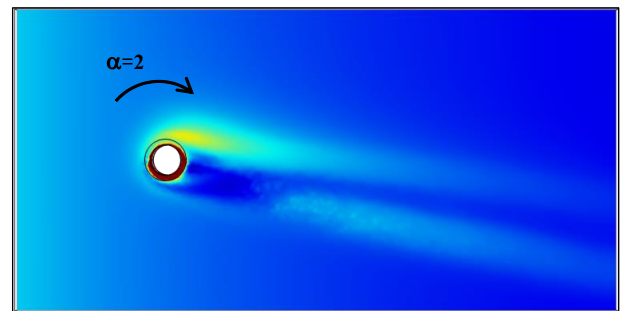
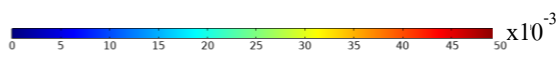
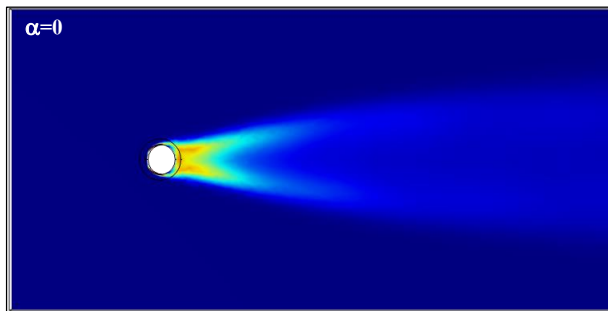
(ค)

ภาพที่ 5.12 จุดวิกฤติของขอบเขตเลเยอร์ที่ผนัง (ก) จุดสแตกเนชั่น (ข) จุดความดันดูดด้านส่งเสริม และ (ค) ด้านยับยั้งความเร็ว

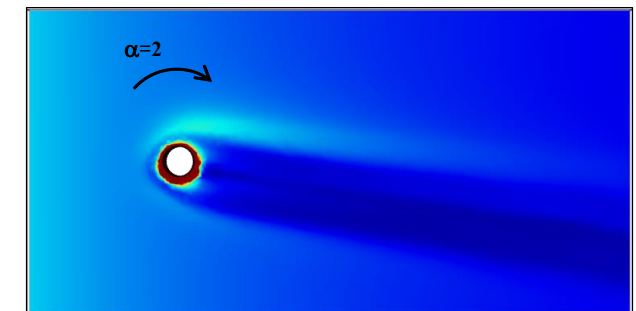
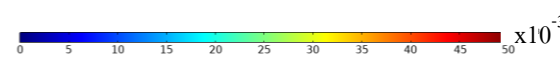
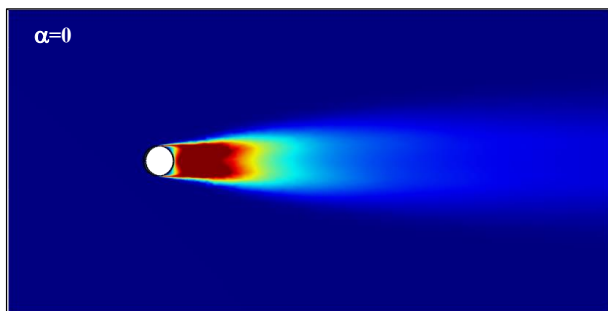
5.5 แผนภาพสนามการไหล



(ก)

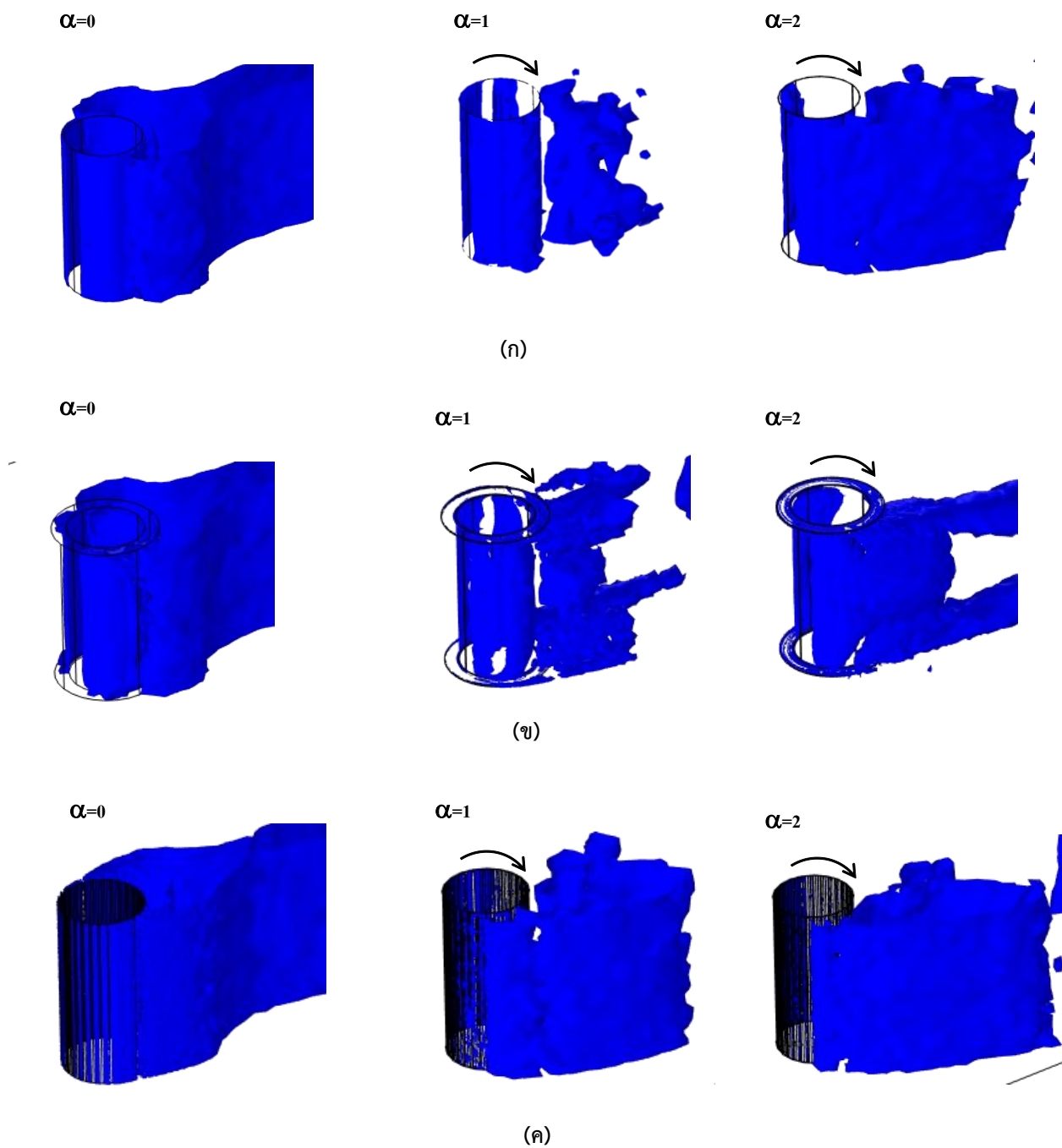


(ข)



(ค)

ภาพที่ 5.13 แผนภาพพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วน (ก) ของวัตถุทรงกระบอก (ง) ผนังราบเรียบ (ข) ติดตั้ง
ดิสก์ที่ปลาย และ (ค) ผนังเซาะร่อง



ภาพที่ 5.14 แผนภาพระดับ Q-criteria iso-surface ของวัตถุทรงกระบอก (ก) ผนังราบเรียบ (ข) ติดตั้งดิสก์ที่ปลาย และ (ค) ผนังเจาะร่อง ที่ระดับ 100 หน่วย

สนามการไหลของระดับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วนที่กึ่งกลางระนาบของทรงกระบอกแบบค่าเฉลี่ยตามเวลาได้แสดงในภาพที่ 5.13 โดยระดับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วนที่สูงจะพบที่บริเวณใกล้ผนังซึ่งสอดคล้องกับสมการเงื่อนไขที่โครงสร้างการคำนวณแบบปรับรูปได้ถูกกำหนดและบริเวณกระแสน้ำที่เกิดขึ้น สำหรับวัตถุหนึ่งจะมีระดับพลังงานที่สูงกว่าวัตถุที่หมุน โดยแผนภาพได้แสดงในช่วง 0 -0.05 และวัตถุหมุนด้วยอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ 2 ได้แสดงในช่วง 0 – 0.0003 ดังนั้นแผนภาพได้ยืนยันผลและแสดงความสามารถของการลดระดับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วนอันเนื่องจากการหมุนได้ นอกจากนี้ยังพบว่าวัตถุทรงกระบอกเขาร่องส่งผลทำให้กระแสน้ำหลังวัตถุมีขนาดใหญ่และมีระดับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วนที่สูงสุด ภาพที่ 5.14 แผนภาพ Q criteria iso-surface ที่ 100 ใน 3 มิติ โดยเป็นขนาดของผลต่างเฉลี่ยระหว่างความอัตราการหมุนเฉลี่ย (Ω) กับอัตราความเครียดเฉลี่ย (S) ระหว่างเลย์เออร์การไหล โดยค่าที่เป็นบวกนี้แสดงถึงผลของการหมุนเฉลี่ยของเลย์เออร์การไหลมีผลมากกว่าความเครียดเฉลี่ย จากรูปพบว่า การหมุนของวัตถุมีผลต่อการลดเนื้อที่ของพฤติกรรมดังกล่าว และมีการแผ่ขยายของกระแสน้ำเพียงด้านเดียว

5.6 สรุป

จากผลการวิเคราะห์การไหลของของไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบและวัตถุเสมือนทรงกระบอกที่สภาวะหยุดนิ่งและหมุนด้วยวิธีการคำนวณโดยสมการการไหลปั่นป่วนแบบ linear high Re $k-\epsilon$ โดยประมาณการฟลักซ์การไหลด้วยวิธีประมาณค่าแบบไฟไนต์อีลิเมนต์ ได้ผลของแรงกระทำอันเนื่องมาจากแรงดันกระทำกับผิวและแรงเฉือนจากเลย์เออร์ของไหลบริเวณผิวทรงกระบอก ซึ่งเมื่อพิจารณาขนาดของแรงพลศาสตร์กระทำกับผิวทรงกระบอกแบบต่างๆ ตามเวลาจะมีความกวัดแกว่งอันเนื่องมาจากผลของการไหลใน 3 มิติที่แต่ละระนาบมีขนาดแตกต่างกัน

การศึกษานี้ทำให้ได้ข้อมูลและรายละเอียดที่สำคัญทางวิทยาศาสตร์ในสภาวะเรย์โนลด์และอัตราการหมุนที่สูง เช่น ข้อมูลเกี่ยวข้องกับแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้น ปริมาณกายภาพที่เกี่ยวข้อง และบริเวณวิกฤติของเลย์เออร์การไหลที่ผิวที่ตำแหน่งต่างๆ และสามารถทำการเปรียบเทียบผลลัพธ์ที่ได้จากวัตถุตัวกลางทรงกระบอกแบบต่างๆ ซึ่งทั้งหมดนี้มีความเกี่ยวข้องกันเพื่อใช้อธิบายถึงลักษณะและขนาดอันเนื่องมาจากพฤติกรรมแมกนัสสันเนื่องมาจากการหมุนของวัตถุ นอกจากนี้จากการที่มีการสอบเทียบและเปรียบเทียบถึงความแม่นยำในการวิเคราะห์การไหลปั่นป่วนที่มีระดับการวิเคราะห์ระดับที่สูงด้วยทรัพยากรประมวลผลที่ต่ำ จึงสามารถใช้เป็นแนวทางในการขยายผลสู่การใช้งานจริงอื่น

ได้ เช่น การเกิดขึ้นของแรงยกที่กระทำกับเรือเหาะทรงกลม หรือการประกอประกกันระหว่างรูปทรงเพื่อการใช้งานของชิ้นส่วนยานยนต์เพื่อสร้างแรงยกจากทรงกระบอกกับรูปทรงพื้นฐานอื่น หรือ ทรงกระบอกแบบพหุจำนวนต่อไป

นอกจากนี้ในส่วนผลการคำนวณของแบบจำลองการไหลปั่นป่วนในกลุ่มของ RANS model นั้น ยังพบข้อจำกัดในการทำนายผลในบางสภาวะ เช่น ความคลาดเคลื่อนของแรงพลศาสตร์ในช่วงที่เกิดการผันกลับของแรงแมกนัสที่เกิดขึ้นที่อัตราการหมุนไร้หน่วยในช่วง $0.4 - 0.6$ ที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงกว่านั้น โดยแบบจำลองการไหลปั่นป่วนไม่สามารถวิเคราะห์ได้แม่นยำอันเนื่องมาจากพฤติกรรมของการไหลในช่วงนี้มีลักษณะขอบเขตเลเยอร์การไหลที่ผนังทรงกระบอกอยู่ในสภาวะปรับเปลี่ยนระหว่างเลเยอร์การไหลแบบราบเรียบสู่การไหลแบบปั่นป่วน ซึ่งแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่ใช้จะสามารถทำนายผลได้แม่นยำมากขึ้นเมื่อลักษณะขอบเขตเลเยอร์การไหลที่บริเวณดังกล่าวเป็นการไหลปั่นป่วนแบบสมบูรณ์ อย่างไรก็ตามหากทรงกระบอกแบบต่างๆ มีการหมุนที่อัตราการหมุนไร้หน่วยมากกว่า ช่วงนี้ผลการวิเคราะห์ที่ได้สามารถใช้พิจารณาคุณภาพการไหลที่เกิดขึ้นได้ดี

บทที่ 6

บทสรุป

ในภาพรวมของการดำเนินการวิจัยพบว่าการไหลผ่านวัตถุตัวกลางทรงกระบอกและวัตถุเสมือนทรงกระบอกที่ได้ทำการศึกษาในสภาวะการหมุนและสภาวะเรย์โนลด์ที่สูงนี้ ได้ผลลักษณะวัตถุมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงขนาดของแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นอย่างชัดเจน รวมถึงพฤติกรรมกายภาพในสนามการไหลและลักษณะขอบเขตเลเยอร์ที่ผนังล้วนมีความแตกต่างทั้งในส่วนขององค์ประกอบเชิงโมเมนตัมและองค์ประกอบเชิงพลังงานการไหลปั่นป่วน ข้อมูลที่ได้นี้ถือว่าเป็นประโยชน์ในทางการออกแบบทางวิศวกรรมเพื่อใช้ในการออกแบบชิ้นส่วนทางอากาศยานโดยมุ่งเน้นการขับเคลื่อนจากผลของแรงยกและแรงต้านได้เป็นอย่างดี อีกทั้งงานวิจัยนี้ยังได้ยืนยันความสามารถของเทคนิคที่ใช้ในการประมาณค่าฟลักซ์โมเมนตัม ความดัน และตัวแปรการไหลปั่นป่วนด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ประกอบด้วยโครงสร้างการคำนวณที่เปลี่ยนรูปร่างเพื่อสร้างความสมดุลของความต่อเนื่องการไหล ในการวิเคราะห์แบบจำลองการไหลแบบปั่นป่วนชนิด high Re $k-\epsilon$ แบบ Linear Eddy Viscosity Model ประกอบกับสมการขอบเขตเลเยอร์การไหลที่ผนังแบบมาตรฐานตามกฎลอการิทึม ซึ่งเป็นประโยชน์กับการไหลผ่านวัตถุผนังโค้งมากหรือวัตถุที่มีร่องโค้งได้ อย่างไรก็ตามงานวิจัยนี้ได้บรรลุวัตถุประสงค์หลัก ได้แก่

- 1) เพื่อศึกษาพฤติกรรมและประโยชน์ของของไหลปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกที่หยุดนิ่งและหมุน เมื่อวัตถุที่ถูกไหลผ่านเป็นรูปทรงพื้นฐานทรงกระบอก ได้แก่ ทรงกระบอกผิวเรียบ ทรงกระบอกผิวเซาะร่อง และทรงประกอบระหว่างทรงกระบอกประกอบดิสก์ที่ปลาย โดยเทียบเคียงกับการทดลองของ (Takayama and Aoki, 2005) ที่สภาวะเรย์โนลด์ 100,000 โดยมีการพิจารณาผลของแรงที่เกี่ยวข้องซึ่งอาศัยข้อมูลจากลักษณะกายภาพของของไหลบริเวณใกล้ผนังแบบต่างๆ และพื้นที่การคำนวณ

- 2) เพื่อทำการระบุความสามารถหรือข้อจำกัดของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการทำนายพฤติกรรมของไหลชนิดปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกขณะหมุนที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูง ในรูปแบบ 3

มิติ ซึ่งมีการวิเคราะห์จากแบบจำลองของไหลในสภาพการไหลปั่นป่วนเต็มรูปแบบ (fully turbulent flow) โดยอาศัยการวิเคราะห์ด้วยสมการ High Re $k-\epsilon$ turbulence model ซึ่งประกอบด้วยการใช้สมการการไหลใกล้เคียงร่วมวิเคราะห์เพื่อลดทรัพยากรในการประมวลผล โดยเทอม eddy-viscosity เป็นฟังก์ชันแบบเชิงเส้น (linear function) และพหุนามกำลังสอง (quadratic function) โดยมีรายละเอียดการสรุปผลดังนี้

6.1 พฤติกรรมการไหลปั่นป่วนผ่านวัตถุทรงกระบอกและเสมือนทรงกระบอก

6.1.1 การเกิดขึ้นของแรงกระทำต่อวัตถุทรงกระบอกทุกแบบทั้งในกรณีหยุดนิ่งและหมุนมีการเกิดขึ้นแบบแน่นอนตามรูปแบบการก่อกำเนิดกระแสวนขนาดเล็กที่ผนังและแผ่ขยายไปยังบริเวณด้านหลังของวัตถุนั้น ซึ่งทำให้ขนาดของแอมพลิจูดของแรงพลศาสตร์ที่เกิดขึ้นตามเวลาเป็นคาบได้

6.1.2 การไหลของของไหลผ่านทรงกระบอกทุกแบบที่สภาวะหยุดนิ่งยังคงมีการเกิดขึ้นของการแผ่ของกระแสวนจากผนังบนและล่างของทรงกระบอกด้านส่งเสริมและยับยั้งความเร็วการไหลของของไหล ซึ่งมีผลทำให้แอมพลิจูดของแรงต้านตามเวลามีขนาดที่น้อยกว่าแอมพลิจูดของแรงยก

6.1.3 สัมประสิทธิ์แรงยกที่กระทำกับทรงกระบอกขณะหมุนจะมีขนาดสูงสุดที่อัตราการหมุนไร้หน่วยสูงสุดในกรณีนี้พบที่ 2 ที่สภาวะการหมุนไร้หน่วยที่สูงกว่านี้มีแนวโน้มสนับสนุนให้เกิดขนาดแรงยกที่มากขึ้น หากเปรียบเทียบแนวโน้มการเพิ่มขึ้นของสัมประสิทธิ์แรงยก พบว่า ทรงกระบอกติดตั้งตั้งฉากที่ปลาย มีอัตราการเพิ่มขึ้นมากที่สุด รองลงมา คือ ทรงกระบอกเอียงเอียง และ สุดท้ายคือ ทรงกระบอกผนังเรียบ

6.1.4 สัมประสิทธิ์แรงต้านที่เกิดขึ้นกับทุกวัตถุทรงกระบอกจะมีขนาดเพิ่มขึ้นเล็กน้อยหรือจะคงที่หรือเปลี่ยนแปลงเล็กน้อยที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยที่สูงกว่า 0.8

6.1.5 เมื่อพิจารณาองค์ประกอบแรงย่อยของแรงพลศาสตร์ พบว่าเกิดขึ้นอันเนื่องมาจากแรงดันที่กระทำกับผิวและแรงเฉือนที่ผิวอันเนื่องมาจากเลเยอร์การไหล ซึ่งเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยสูงขึ้นจะทำให้ขนาดของแรงทั้งสองมีขนาดเพิ่มขึ้นตาม แต่อย่างไรก็ตามที่การหมุนอัตราการหมุนไร้หน่วยที่ต่ำหรือหยุดนิ่งผลของแรงเฉือนมีขนาดที่น้อยมากเมื่อเทียบกับแรงดัน (น้อยกว่าร้อยละ 2) แต่อย่างไรก็ตามยังส่งผลให้ทรงกระบอกเกิดการกวัดแกว่งตัวรอบมุมยอว์ได้

6.1.6 ค่าความถี่ไร้หน่วยที่เกิดขึ้นสำหรับทุกวัตถุในสภาวะหยุดนิ่งจะอยู่ระหว่าง 0.20 -0.25 อย่างไรก็ตามเมื่อวัตถุทุกชนิดมีการหมุนขึ้น ค่าความถี่ไร้หน่วยจะมีค่าเพิ่มขึ้นแบบไม่ขึ้นกับขนาดอัตราการหมุนไร้หน่วย ซึ่งพบว่าขนาดสูงสุดในกรณีของวัตถุทรงกระบอกผนังเรียบ คือ 0.50 ที่อัตรา

6.1.7 การกระจายตัวของแรงดันรอบผิวทรงกระบอกแต่ละแบบมีความสมมาตรหากไม่มีสัมประสิทธิ์แรงยกเกิดขึ้นสำหรับการไหลผ่านทรงกระบอกที่สภาวะหยุดนิ่ง และมีความสมมาตรรอบแกนขนานกับการไหลอิสระหากสัมประสิทธิ์แรงยกมีค่าเข้าใกล้ศูนย์ที่สภาวะทรงกระบอกหยุดนิ่ง และที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยเกิดขึ้นนี้สามารถวิเคราะห์จุดวิกฤติของเลเยอร์การไหล ได้แก่ จุดการแยกตัวการไหล จุดความดันสูงสุด จุดสัมผัสหลังการแยกตัวได้

6.1.8 เมื่อทรงกระบอกมีการหมุนทำให้จุด the stagnation point เคลื่อนตัวไปทิศทางตรงข้ามกับการหมุน และบริเวณ และบริเวณ the suction pressure จะพบอยู่ด้านผนังส่งเสริมความเร็วการไหล และเคลื่อนตัวในทิศทางเดียวกันกับการหมุนเมื่ออัตราการหมุนไร้หน่วยสูงขึ้น สำหรับที่ผนังยับยั้งความเร็วมีการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งเล็กน้อยเมื่อทรงกระบอกเกิดการหมุนขึ้น

6.1.9 เมื่อสภาวะเรย์โนลด์สูงขึ้นและประกอบกับอัตราการหมุนไร้หน่วยที่สูงขึ้นจะทำให้พื้นที่ของไหลบริเวณที่มีระดับความเค้นเรย์โนลด์และอัตราการไหลแบบวนที่สูงเพิ่มมากขึ้น และพบระดับพลังงานจลน์การไหลปั่นป่วนสูงที่ด้านผนังทรงกระบอกที่ยับยั้งความเร็วการไหลของของไหล

6.2 ข้อมูลเชิงการคำนวณของไหลพลศาสตร์

6.2.1 เมื่อทำการสอบเทียบแบบจำลองการไหลปั่นป่วนที่สภาวะการไหลผ่านทรงวัตถุที่หยุดนิ่งกับการทดลองก่อนหน้า ได้ผลการวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Standard High-Re Linear k-ε model ที่แม่นยำ แต่เมื่อทรงกระบอกหมุนที่สภาวะอัตราการหมุนไร้หน่วยยังส่งผลให้ได้พฤติกรรมใกล้เคียงกัน

6.2.2 ในช่วงการปรับเปลี่ยนการไหลจากราบเรียบสู่การไหลปั่นป่วนซึ่งเมื่อเปรียบเทียบกับผลการทดลองก่อนหน้าที่บางสภาวะเรย์โนลด์ (เกิดขึ้นที่อัตราการหมุนไร้หน่วยน้อยมีค่าระหว่าง 0.4 ถึง 0.6) แบบจำลองการไหลปั่นป่วนนี้ ยังให้ผลเชิงตัวเลขและแนวโน้มที่แตกต่างกับการทดลองเล็กน้อย แต่

เมื่ออัตราการหมุนเร็วหน่วยสูงขึ้นเล็กน้อยผลการวิเคราะห์เชิงตัวเลขมีลักษณะใกล้เคียงกับการทดลองก่อนหน้านี้เหมือนเดิม

6.2.3 เมื่อวิเคราะห์การไหลผ่านทรงกระบอกที่สภาวะเรย์โนลด์ที่สูงนี้ การวิเคราะห์ผลด้วยแบบจำลองการไหลปั่นป่วน the Standard High-Re Linear k- ϵ model ด้วยการประมาณการพลศาสตร์การไหลทุกประเภทด้วยวิธีไฟไนต์อีลิเมนต์ และใช้เทคนิคโครงสร้างการคำนวณแบบเปลี่ยนรูปให้ได้ผลปรากฏการณ์ที่สอดคล้องกับพฤติกรรมทางกายภาพที่เกิดขึ้นได้ ดังนั้นแบบจำลองการไหลปั่นป่วนดังกล่าวนี้มีสมรรถนะเพียงพอที่จะใช้ทำนายผลการไหลผ่านภายนอกผนังโค้งได้ดี โดยพิจารณาจากข้อมูลกายภาพ และลักษณะวิกฤติของเลขเรย์การไหล

6.2.4 การวิเคราะห์การไหลผ่านวัตถุทรงกระบอกนี้จำเป็นต้องพิจารณาในองค์ประกอบ 3 มิติ เนื่องจากพฤติกรรมการไหลได้รับผลกระทบจากการไหลในแนวลึกนี้ ทำให้เกิดการรวมหรือหักล้างกันระหว่างการไหลขึ้น นอกจากนี้งานวิจัยนี้ได้ทดสอบการไหลในระนาบ 2 มิติ ที่ให้ผลคาดเคลื่อนกับการทดลองก่อนหน้านี้อย่างมาก

6.3 การพัฒนาต่อยอดงาน

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของของไหลผ่านทรงกระบอกซึ่งเป็นรูปร่างที่ได้ผลการไหลจากแนวแกนลึกที่มีความยาว อีกทั้งความโค้งของผนังยังส่งผลต่อความแม่นยำของการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลองการไหลมาก อย่างไรก็ตามงานวิจัยครั้งนี้ได้รับข้อมูลที่ดีมากทั้งในส่วนพฤติกรรมกายภาพและรายละเอียดแบบจำลองการไหลปั่นป่วนรวมถึงระเบียบวิธีทางตัวเลข และการคำนวณพลศาสตร์ของไหลที่เกี่ยวข้อง ซึ่งสามารถขยายผลสู่งานวิจัยด้านอากาศยานต่อไปได้ และสามารถประเมินผลการไหลผ่านทรงกระบอกด้วยวิธีการอื่นที่มีความแม่นยำตรงมากขึ้นแต่ใช้ทรัพยากรในการประมวลผลที่สูง เช่น the large eddy simulation method ผสมผสานเทคนิคโครงสร้างการคำนวณแบบปรับเปลี่ยนรูป หรือการพิจารณาการไหลผ่านวัตถุหรือชิ้นส่วนผนังโค้งอื่นหรือชิ้นส่วนประกอบที่ใช้งานจริงโดยใช้แบบจำลองการไหลปั่นป่วนในงานวิจัยนี้เพื่อวิเคราะห์ให้ได้มาซึ่งข้อมูลที่สำคัญในการออกแบบหรือสอบเทียบเครื่องมือวัด หรือสร้างต้นแบบจริง ต่อไป

บรรณานุกรม

- Aoki, K. and Ito, T. (2001) 'Flow Characteristics around a Rotating Cylinder', in *Proc. Schl. Eng. Tokai Univ.*, pp. 29–34.
- Badalamenti, C. (2010) *On the Application of Rotating Cylinders to Micro Air Vehicles*. City University London.
- Badr, H. (1990) 'Unsteady flow past a rotating circular cylinder at Reynolds numbers 103 and 104', *Journal of Fluid Mechanics*, 220, pp. 450–484. doi: 10.1017/S0022112090003342.
- Badr, H. M. and Dennis, S. C. R. (1985) 'Time-dependent viscous flow past an impulsively started rotating and translating circular cylinder', *Journal of Fluid Mechanics*, 158, p. 447. doi: 10.1017/S0022112085002725.
- Bakker, A. (2006) *Lecture 7 - Meshing Applied Computational Fluid Dynamics*. Available at: <http://www.bakker.org/dartmouth06/engs150/07-mesh.pdf> (Accessed: 20 October 2016).
- Chew, Y. T., Cheng, M. and Luo, S. C. (1995) 'A numerical study of flow past a rotating circular cylinder using a hybrid vortex scheme', *Journal of Fluid Mechanics*, 299(1), pp. 35–71. doi: 10.1017/S0022112095003417.
- Chew, Y. T., Luo, S. C. and Cheng, M. (1997) 'Numerical study of a linear shear flow past a rotating cylinder', *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 66(97), pp. 107–125. doi: 10.1016/S0167-6105(97)00016-0.
- Clayton, B. R. (1985) 'BWEA Initiative on wind assisted ship propulsion (WASP)', *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 19, pp. 251–276. doi: 10.1016/S0167-6105(13)00239-0.
- 'COMSOL Multiphysics' (2018). Stockholm, Sweden. Available at: <https://www.comsol.com/>.

Craft, T.J. *et al.* (2012) ‘Back to the future□: Flettner-Thom rotors for maritime propulsion?’, *Turbulence Heat and Mass Transfer*, 7.

Craft, Tim J. *et al.* (2012) ‘Back to the future: Flettner-Thom rotors for maritime propulsion?’, *Seventh International Symposium On Turbulence, Heat and Mass Transfer*, p. 10. doi: 10.1615/ICHMT.2012.ProcSevIntSympTurbHeatTransfPal.1150.

Craft, T. J. (2015) ‘Pressure-Velocity Coupling’. Manchester, UK.

Craft, T. J., Iacovides, H. and Launder, B. E. (2011) ‘Dynamic Performance of Flettner Rotors With and Without Thom Discs’, *Tsfp* 7, 12, pp. 1–6.

Davidson, L. (2002) *Numerical Methods for Turbulent Flow□: Collocated Grid*. Available at: [http://www.fem.unicamp.br/~im450/palestras&artigos/CFD of Turbulence_Chalmers_Un/chapter_6-1.pdf](http://www.fem.unicamp.br/~im450/palestras&artigos/CFD_of_Turbulence_Chalmers_Un/chapter_6-1.pdf).

Dick, E. (2009) ‘Introduction to finite element methods in computational fluid dynamics’, *Computational Fluid Dynamics*, pp. 235–274. doi: 10.1007/978-3-540-85056-4_10.

EcoFriend (no date) 12 – *Most innovative wind turbine designs*. Available at: <https://ecofriend.com/7-innovative-wind-turbine-designs.html>.

Elmiligui, A. *et al.* (2004) ‘Numerical Study of Flow Past a Circular Cylinder Using RANS, Hybrid RANS /LES and PANS Formulations’, *22nd Applied Aerodynamics Conference and Exhibit*, pp. 1–18. doi: 10.2514/6.2004-4959.

ENERCON (2013) ‘Enercon E-Ship 1: A wind-hybrid commercial cargo ship’, in *4th conference on Ship Efficiency*. Hamburg, Germany.

Galerkin, B. G. (1915). Rods and Plates, Series Occurring in Various Questions Concerning the Elastic Equilibrium of Rods and Plates. In *Engineers and Technologists Bulletin, English Translation: 63-18925, Clearinghouse Fed. Sci. Tech. Info.1963*.

Gerasimov, A. V. (2003) *Development and validation of an analytical wall-function strategy for modeling forced, mixed and natural convection flows*. the University of Manchester Institute of Science and Technology.

Godunov, S. K. (1959) 'A difference method for numerical calculation of discontinuous solutions of the equations of hydrodynamics', *Matematicheskii Sbornik*, pp. 271–306. doi: 10.18287/0134-2452-2015-39-4-459-461.

Gowree, E. R. and Prince, S. a (2012) 'a Computational Study of the Aerodynamics of a Spinning Cylinder in a Crossflow of High Reynolds Number', *28th International Congress of the Aeronautical Sciences*, (SEPTEMBER 2012), pp. 1–10.

GUO, X. hui *et al.* (2009) 'Flow Past Two Rotating Circular Cylinders in a Side-by-side Arrangement', *Journal of Hydrodynamics*. Publishing House for Journal of Hydrodynamics, 21(2), pp. 143–151. doi: 10.1016/S1001-6058(08)60131-6.

Karabelas, S. J. (2010) 'Large Eddy Simulation of high-Reynolds number flow past a rotating cylinder', *International Journal of Heat and Fluid Flow*. Elsevier Inc., 31(4), pp. 518–527. doi: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.02.010.

Karabelas, S. J. *et al.* (2012) 'High Reynolds number turbulent flow past a rotating cylinder', *Applied Mathematical Modelling*. Elsevier Inc., 36(1), pp. 379–398. doi: 10.1016/j.apm.2011.07.032.

Launder, B. E. and Sharma, B. I. (1974) 'Application of the energy-dissipation model of turbulence to the calculation of flow near a spinning disc', *Letters i Heat and Mass Transfer*, 1, pp. 131–138.

Launder, B. E. and Spalding, D. B. (1974) 'The numerical computation of turbulent flows', *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. North-Holland, 3(2), pp. 269–289. doi: 10.1016/0045-7825(74)90029-2.

Magnus, G. (1853) *Ueber die Abweichung der Geschosse, und: Ueber eine auffallende Erscheinung bei rotirenden Körpern*, *Annalen der Physik*. 804–10. Berlin: Taylor's Foreign Scientific Memoirs 804-10. doi: 10.1002/andp.18531640102.

Mittal, S. and Kumar, B. (2003) 'Flow past a rotating cylinder', *Journal of Fluid Mechanics*, 476, pp. 303–334. doi: 10.1017/S0022112002002938.

Naik, S. N., Vengadesan, S. and Prakash, K. A. (2017) 'Numerical study of fluid flow past a rotating elliptic cylinder', *Journal of Fluids and Structures*. Elsevier, 68(September 2016), pp. 15–31. doi: 10.1016/j.jfluidstructs.2016.09.011.

Nair, M. T., Sengupta, T. K. and Chauhan, U. S. (1998) 'Flow past rotating cylinders at high Reynolds numbers using higher order upwind scheme', *Computers & fluids*, 27(1), pp. 47–70. doi: 10.1016/S0045-7930(97)00031-5.

Newton, I. (1671) 'Letter to Oldenburg', In: *Philosophical Transactions of the Royal Society*, 7, pp. 3075–87.

Norberg, C. (1987) *EFFECTS OF REYNOLDS NUMBER AND A LOW-INTENSITY FREESTREAM TURBULENCE ON THE FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER*.

Pijush, K. K. and Ira, M. C. (2004) *Fluid Mechanics*. 3rd edn. USA.

Reid, E. G. (1924) 'Tests of Rotating Clinders', *Technical Notes National Advisory Committee for Aeronautics*, 209.

Rhie, C. and Chow, W. (1982) 'A numerical study of the turbulent flow past an isolated airfoil with trailing edge separation', in *3rd Joint Thermophysics, Fluids, Plasma and Heat Transfer Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics (Fluid Dynamics and Co-located Conferences). doi: doi:10.2514/6.1982-998.

Ruchayosyothin, S. (2019) *Computational Modelling of Flow around Flettner Rotor*. University of Manchester.

Ruchayosyothin, S., Konglerd, P. and Tamna, S. (2022) 'The computational modelling in the prediction of flow past a rotating sphere at high Reynolds number', *Journal of Research and Applications in Mechanical Engineering*, 10(1). doi: 10.14456/jrame.2022.5.

Seifert, J. (2012) 'A review of the Magnus effect in aeronautics', *Progress in Aerospace*

Sciences. Elsevier, 55, pp. 17–45. doi: 10.1016/j.paerosci.2012.07.001.

Sengupta, T. K. *et al.* (2003) ‘Temporal flow instability for Magnus - Robins effect at high rotation rates’, *Journal of Fluids and Structures*, 17(7), pp. 941–953. doi: 10.1016/S0889-9746(03)00052-5.

Soham, W. *et al.* (2015) ‘Electric Energy Generation by Magenn Air Rotor System (MARS)’, in *IJCSN International Journal of Computer Science and Network*, pp. 2277–5420. Available at: www.IJCSN.org.

Swanson, W. M. (1961) ‘The Magnus Effect: A Summary of Investigation to Date’, *ASME, Journal of Basic Engineering*, 83, pp. 461–470.

Takayama, S. and Aoki, K. (2005) ‘Flow characteristics around a rotating grooved circular cylinder with grooved of different depths’, *Journal of Visualization*, 8(4), pp. 295–303. doi: 10.1007/BF03181548.

Thom, A. (1925) *Experiments on the Air Forces on Rotating Cylinders*.

Thom, A. (1934) *Effect of Discs on the Air Forces on a Rotating Cylinder*.

Thouault, N. *et al.* (2012) ‘Numerical analysis of a rotating cylinder with spanwise disks’, *AIAA Journal*, 50(2), pp. 1–14. doi: 10.2514/1.J050856.

Wei, Z. *et al.* (2017) ‘Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics Cluster-based reduced-order modelling of the wake stabilization mechanism behind a twisted cylinder’, *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*. Elsevier Ltd, 171(October), pp. 288–303. doi: 10.1016/j.jweia.2017.10.015.

Zhu, Y. and Cangellaris, A. C. (2006) ‘Multigrid Finite Element Methods for Electromagnetic Field Modeling’, *Multigrid Finite Element Methods for Electromagnetic Field Modeling*, p. 132. doi: 10.1002/0471786381.

ปราโมทย์ เดชะอำไพ. (2559). *พลศาสตร์ของไหลเชิงคำนวณ ด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์และไฟไนต์วอลุ่ม* (รวิวรรณ จันทรแมน (ed.); 3rd ed.). โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
www.cuprint.chula.ac.th